

# 平面加圧板上に発生するせん断力を考慮した圧裂試験の境界条件†

堤 隆\* Rini Asnida ABDULLAH\*\*

## Boundary Condition Considering Shear Force Applied on Flat Loading Platen for Brazilian Test

by

Takashi TSUTSUMI\* and Rini Asnida ABDULLAH\*\*

In general, the method used to obtain the tensile strength from a Brazilian test depends on the elastic theory for a pair of concentrated forces. However, the contact areas between the specimen and loading platens are observed in experiments. Several attempts have been tried for the boundary conditions in modeling of an isotropic or orthotropic circular disk in the Brazilian test. The forces in only the normal direction to the loading platen or specimen have been dealt with in most of these models. Therefore, a dent in the contact area between specimen and loading platens is observed in numerical results from most models. However, no dents have ever been observed in experiments using loading platens. In this study, not only normal loads but also shear loads on the loading platens are adopted as boundary conditions. The depth of the resulting dent from the present model is smaller than those seen in previous studies. In addition, huge tensile stresses are observed near both edges of the contact area in the present model. Furthermore, cracks are also observed near both edges in experiments. In brittle materials, cracks are caused by tensile stress. Therefore, the accuracy of calculations is expected to be improved using the present model for Brazilian tests.

### Key words:

Brazilian test, Tensile strength, Theoretical solution, Shear force, Boundary condition

### 1 緒 言

新興国においてダム開発、高速鉄道や原子力発電所の建設などの大型プロジェクトが今後も期待される。これらの工事に先立ち岩盤の引張強さの把握は欠かせない。これらの国ではいまなお普及した圧縮試験機を用いて容易に行うことができる圧裂試験により引張強さが求められている。

圧裂試験の問題点は直接引張試験に比べ、結果にばらつきが生じることである。その原因の一つに加圧板上に発生する圧力が未解明な点にある。我が国の地盤工学会基準(JGS 2251-2009)<sup>1)</sup>や ISRM の基準<sup>2)</sup>では等方性の線形弾性円板の直径上に対向する集中荷重を作用させるモデルにより求めている。しかし、実際は供試体と加圧板の間には円周に対して田下凝灰岩では4.4~5.1%、セメント改質土壌では6.4%の接触面積が発生していることが報告されている<sup>3)</sup>。これらの研究では加圧板から供試体に作用する圧力は等分布で仮定されてきた。しかしながら、平面載荷板を用いて圧裂試験を行った場合、接触面での変形は加圧板に沿って発生するため、加圧板中心で加圧方向に最大の変位が発生し、中心から離れるにしたがって変位は減少し、両端部で変位は最小となる。これを再現するために、著者らは加圧板中心で最大、両端で0とな

る余弦曲線で加圧板から受ける圧力<sup>4)</sup>、あるいは接触面積中心で等分布、両端部で余弦曲線となる圧力<sup>5)</sup>を定義し解析を行った。これらの圧力分布を用いた解析では加圧板両端で発生する変位は最小になるものの、加圧板中心で最大の変位が生じ試験時に生じる変位とは一致しない。さらに、多くの圧裂試験では加圧板と供試体との接触面の両端と思われる部分にひび割れが発生しており<sup>6-9)</sup>、この原因は加圧方向の力のみでは説明できない場合もある。圧裂試験を対象とする近年の研究を見ても、載荷方向とクラックの進展を扱った Bahaaddini らの研究<sup>7)</sup>、載荷面に法線方向に作用する等分布荷重の理論解を扱った Erarslan らの研究<sup>7,8)</sup>、加圧板との接触面において中心で最大、両端で0とする分布荷重を用いた Kourkoulis らの研究<sup>10)</sup>、Markide らの研究<sup>11,12)</sup>、3次元問題の理論解で扱った Wai らの研究<sup>13)</sup>、奥行き方向に圧力分布が均一でない問題を扱った Serati らの研究<sup>14)</sup>などがあるが、いずれも加圧板からの力は加圧板あるいは供試体表面から法線方向の圧力のみを扱うに止まっている。

多くの岩石がその生成過程から力学的な異方性を示す。異方性を示す材料に圧裂試験を行った場合、圧縮力の方向や加圧板と供試体との接触面積により生じる最大引張応力は異なった値を示すことは Lemmon らの研究<sup>15)</sup>や著

† 原稿受理 令和 元年 7月 5日 Received July 5, 2019

©2020 The Society of Materials Science, Japan

\* 正 会 員 鹿児島工業高等専門学校 都市環境デザイン工学科 〒899-5193 霧島市隼人町真孝

Department of Urban Environmental Design and Eng., National Inst. of Tech, Kagoshima College, Hayato, Kirishima 899-5193.

\*\* マレーシア工科大学 工学部土木工学科 81310 ジョホールバル スクダイ

School of Civil Eng., Universiti Teknologi Malaysia, Skudai Johor Bahru 81310 Malaysia.

者らの研究<sup>16)</sup>により明らかである。したがって、本研究では平面の加圧板と供試体の間に生じるせん断力を圧裂試験の境界条件に採用し、異方性を示す岩石にも適用できるように応力および変位の計算が容易な Lekhnitskii の異方性弾性解<sup>17)</sup>を用いた解析手法を提示した。この研究で提案したモデルに基づく数値計算例と考察では、条件を特殊化した等方性の材料に対し境界条件の確認、加圧板付近の変形、供試体内に発生する最大主応力、最大せん断応力の分布を示す。さらに加圧板と接する供試体表面上に作用させる圧縮力に対し垂直方向の応力の分布を示し、最大値が発生する点から供試体中心を結ぶ半径上の圧縮力に対し垂直方向の応力の分布を求め、載荷面積中心から供試体中心を結んだ半径上に生じる応力との比較を行う。これらの結果より、加圧板上に発生するせん断力を理論解に取り入れることの妥当性を検証する。

なお、加圧板と供試体との間のせん断力を理論解に取り入れた研究には ISRM の基準で用いられる湾曲した加圧板上のせん断力を扱った Lavrov らの研究<sup>18)</sup>あるいは加圧板上のせん断力で供試体の回転を表した Markides らの研究<sup>19)</sup>があるが、この研究では平面の加圧板上のせん断力を扱った。

2 問題の定式化

本研究では Fig.1 に示すような、圧裂試験において平面の加圧板と半径  $a$  の供試体との接触面上で、中心で最大、中心から離れるにしたがって小さくなり、接触面両端で 0 となるような分布のせん断力  $T$  を考える。

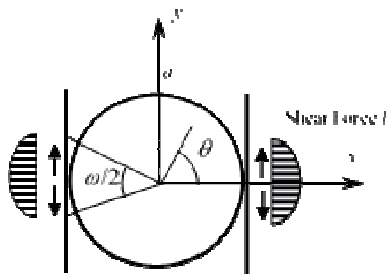


Fig.1 Distribution of shear stress on loading platens.

ここに供試体中心を原点、加圧板と法線方向を  $x$  軸、加圧板と平行な方向を  $y$  軸とする。加圧板と供試体との接触面の両端部の中心角の合計を  $\omega$  (rad)、 $x$  軸から左回りの角を  $\theta$  とすれば、 $y$  軸方向のせん断応力の分布は Fig.2 のようになる。

本研究では異方性を示す岩石にも適用できるように Lekhnitskii の複素応力関数を用い、直径に対して奥行きが 1/2 程度の供試体への試験を想定して平面応力状態での応力および変位の計算を行う<sup>17), 20)</sup>。そのために、まず式(1)に示すような複素形の Fourier 展開で定義された  $x$  方向、 $y$  方向の合応力  $X_n$ ,  $Y_n$  の供試体表面  $s$  に沿った積分値の Fourier 係数  $\alpha_m$  と  $\beta_m$  が決定される。

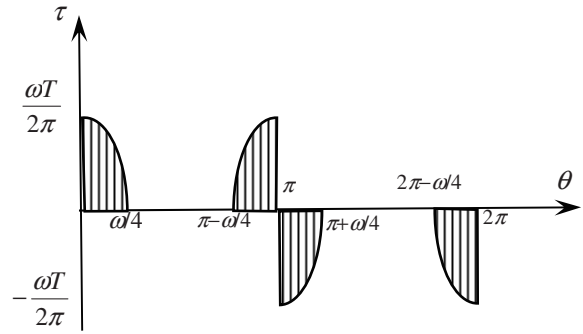


Fig.2 Distribution of shear stress on y direction.

$$\left. \begin{aligned} \int_0^s X_n ds &= \beta_0 + \sum_{m=1}^M (\beta_m e^{im\theta} + \bar{\beta}_m e^{-im\theta}), \\ -\int_0^s Y_n ds &= \alpha_0 + \sum_{m=1}^M (\alpha_m e^{im\theta} + \bar{\alpha}_m e^{-im\theta}). \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに  $i$  は虚数単位、上付きのバーは複素共役を表す。せん断応力の合応力の分布は  $\theta$  に関して偶関数となるので、 $0 < \theta < \pi$  で考えればよい。

$$\int Y_i d\theta = \begin{cases} \frac{T}{2} \sin \frac{2\pi}{\omega} \theta & (0 \leq \theta < \omega/4), \\ \frac{T}{2} & (\omega/4 \leq \theta < \pi - \omega/4), \\ \frac{T}{2} + C_3 \sin \frac{2\pi}{\omega} \theta + S_3 \cos \frac{2\pi}{\omega} \theta & (\pi - \omega/4 \leq \theta < \pi). \end{cases} (2)$$

ここに、

$$C_3 = \frac{T}{2} \cos \frac{2\pi^2}{\omega}, \quad S_3 = \frac{T}{2} \sin \frac{2\pi^2}{\omega}. \quad (3)$$

異方性円板の問題を表す Lekhnitskii の応力関数  $\Phi_1(z_1)$  および  $\Phi_2(z_2)$  は

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(z_1) &= A_0 + A_1 z_1 + \sum_{m=2}^{\infty} A_m P_{1m}(z_1), \\ \Phi_2(z_2) &= B_0 + B_1 z_2 + \sum_{m=2}^{\infty} B_m P_{2m}(z_2). \end{aligned} \right\} (4)$$

かつ応力テンソル  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  および  $x$  方向、 $y$  方向の変位  $u_x$ ,  $u_y$  は応力関数を用いて以下の式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2 \operatorname{Re} \left[ \mu_1^2 \Phi_1'(z_1) + \mu_2^2 \Phi_2'(z_2) \right], \\ \sigma_y &= 2 \operatorname{Re} \left[ \Phi_1'(z_1) + \Phi_2'(z_2) \right], \\ \tau_{xy} &= -2 \operatorname{Re} \left[ \mu_1 \Phi_1'(z_1) + \mu_2 \Phi_2'(z_2) \right] \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \operatorname{Re} [p_1 \Phi_1(z_1) + p_2 \Phi_2(z_2)], \\ u_y &= \operatorname{Re} [q_1 \Phi_1(z_1) + q_2 \Phi_2(z_2)] \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $z_k = x + \mu_k y$  ( $k=1, 2$ )、 $\mu_k$  は材料の異方性の度合いと方向によって決まる複素パラメータ、 $p_k, q_k$  は弾性コンプラ

イアンズ<sup>17)</sup>,  $\text{Re}$  は括弧内の実部である。また,  $A_m$  および  $B_m$  は境界条件によって決定される複素定数,  $P_{km}(z_k)$  は供試体表面を  $x-\mu_k y$  平面上で単位円に写像する写像関数である。この問題の応力場と変位場を決定するためには式(1)中の  $\alpha_m, \beta_m$  を用いて式(4)中の  $A_m$  および  $B_m$  を決定しなければならない。式(1)の定数項  $\alpha, \beta$  は応力の計算には全く関係なく, 変位の計算においても剛体変位に関与するのみである。したがって, 式(1)を以下のように Fourier 展開を行う。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^s X_n ds &= \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin m\theta, \\ -\int_0^s Y_n ds &= \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos m\theta. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式(7)中の Fourier 係数  $a_m, b_m$  と式(1)の複素型の Fourier 係数  $\alpha_m, \beta_m$  との間には以下のような関係がある。

$$\alpha_m = -\frac{a_m}{2}, \quad \beta_m = i\frac{b_m}{2}. \quad (8)$$

各項は以下のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} a_m &= a_{1m} + a_{2m} + a_{3m}, \\ b_m &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに,  $a_{1m}, a_{2m}, a_{3m}$  はそれぞれ  $0 < \theta < \omega/4, \omega/4 < \theta < \pi - \omega/4, \pi - \omega/4 < \theta < \pi$  についての Fourier 係数であり, 以下のように表すことができる。

$$a_{1m} = -\frac{T}{2\pi} \left[ \frac{1}{\Theta_{pm}} \left\{ \cos \left( \Theta_{pm} \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right\} + \frac{1}{\Theta_{nm}} \left\{ \cos \left( \Theta_{nm} \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right\} \right]. \quad (10)$$

$$a_{2m} = 0. \quad (11)$$

$$a_{3m} = a_{3fm} + a_{3bm}. \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{3fm} &= \frac{\omega K_3 C_3}{2\pi^2} \\ &\times \left[ \frac{1}{\Theta_{pm}} \left\{ \cos \Theta_{pm} \pi - \cos \Theta_{pm} \left( \pi - \frac{\omega}{4} \right) \right\} + \frac{1}{\Theta_{nm}} \left\{ \cos \Theta_{nm} \pi - \cos \Theta_{nm} \left( \pi - \frac{\omega}{4} \right) \right\} \right] \\ a_{3bm} &= \frac{\omega K_3 S_3}{2\pi^2} \\ &\times \left[ \frac{1}{\Theta_{pm}} \left\{ \sin \Theta_{pm} \pi - \sin \Theta_{pm} \left( \pi - \frac{\omega}{4} \right) \right\} + \frac{1}{\Theta_{nm}} \left\{ \sin \Theta_{nm} \pi - \sin \Theta_{nm} \left( \pi - \frac{\omega}{4} \right) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに

$$\Theta_{pm} = \frac{2\pi}{\omega} + m, \quad \Theta_{nm} = \frac{2\pi}{\omega} - m. \quad (14)$$

$$K_3 = \frac{\pi\Gamma}{\omega} \frac{1}{C_3 \left( \sin \frac{2\pi^2}{\omega} - 1 \right) - S_3 \cos \frac{2\pi^2}{\omega}}. \quad (15)$$

これらの Fourier 係数と式(4)中の  $A_m$  および  $B_m$  との関係は以下の連立方程式に示される。

$$\left. \begin{aligned} A_1 + B_1 + \bar{A}_1 + \bar{B}_1 &= \frac{1}{a} (\alpha_1 + \bar{\alpha}_1), \\ \mu_1 A_1 + \mu_2 B_1 + \bar{\mu}_1 \bar{A}_1 + \bar{\mu}_2 \bar{B}_1 &= \frac{1}{ia} (\bar{\alpha}_1 - \alpha_1) \\ &= \frac{1}{a} (\beta_1 + \bar{\beta}_1), \\ \mu_1^2 A_1 + \mu_2^2 B_1 + \bar{\mu}_1^2 \bar{A}_1 + \bar{\mu}_2^2 \bar{B}_1 &= \frac{1}{ia} (\bar{\beta}_1 - \beta_1), \\ (q_1 - \mu_1 p_1) A_1 + (q_2 - \mu_2 p_2) B_1 \\ + (\bar{q}_1 - \bar{\mu}_1 \bar{p}_1) \bar{A}_1 + (\bar{q}_2 - \bar{\mu}_2 \bar{p}_2) \bar{B}_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(m=1)

$$\left. \begin{aligned} A_m + B_m + \bar{t}_1^m \bar{A}_m + \bar{t}_2^m \bar{B}_m &= -\alpha_m, \\ \mu_1 A_m + \mu_2 B_m + \bar{\mu}_1 \bar{t}_1^m \bar{A}_m + \bar{\mu}_2 \bar{t}_2^m \bar{B}_m &= -\beta_m, \\ t_1^m A_m + t_2^m B_m + \bar{A}_m + \bar{B}_m &= -\bar{\alpha}_m, \\ \mu_1 t_1^m A_m + \mu_2 t_2^m B_m + \bar{\mu}_1 \bar{A}_m + \bar{\mu}_2 \bar{B}_m &= -\bar{\beta}_m. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(m ≥ 2)

ここに

$$t_k = \frac{1 + i\mu_k}{1 - i\mu_k} \quad (k = 1, 2). \quad (18)$$

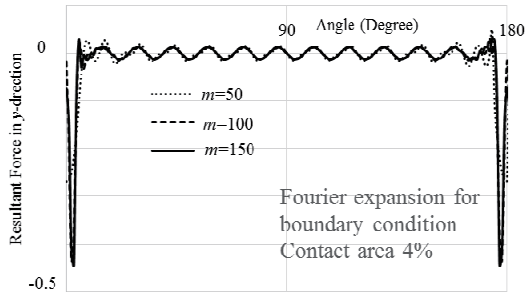
これらの連立方程式を解くことによって,  $A_m$  および  $B_m$  の値が決定される。なお, 本研究で扱う応力および変位の計算に剛体変位あるいは物体力は関係しないことから, これらを表す項に関わる複素係数  $A_0, B_0$  は, この研究において陽に定める必要は無い。

### 3 数値計算例と考察

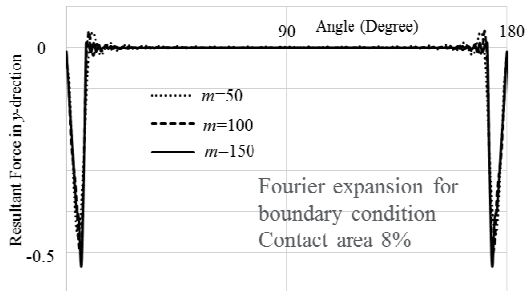
#### 3.1 境界条件の妥当性の検証

Fig. 3 に円板供試体表面に沿って発生する y 方向の合応力の x 軸から左回りの積分値の Fourier 展開を, Fig. 4 に Fig. 3 で用いた Fourier 係数を用いて Lekhnitskii の解から得られた y 方向の合応力の x 軸から左回りの積分値をそれぞれ 0° から 180° までの範囲で示した。いずれも接触面積  $\omega(2\pi)$  は 4% と 8% とし, それぞれの場合に対し用いた項数  $m$  は 50, 100, 150 の 3 つのケースを示した。得られた合応力の積分値はせん断力  $T$  で無次元化した。加圧板中心から接触面積の端部までは  $\omega(2\pi)=4\%$  で 3.6°,  $\omega(2\pi)=8\%$  では 7.2° となる。この解析では加圧板中心方向にせん断力を作用させているため, 0° 付近では y 軸に対し負の方向に合応力の積分値が増加する。加圧板と接触しない境界では合応力は増加せず, 180° 付近すなわち反対方向の加圧板中

心付近では再び負の方向に増加する. Lekhnitskii の理論解によって得られた結果は境界条件を再現している様子が見て取れ, 接触面積が生じる問題を級数で扱った過去の研究<sup>4), 5), 16), 20), 22)</sup>と同様に接触面積が大きくなるほど収束が早いことがわかる. しかしながら, 接触面積 4%においても  $m=100$  と  $150$  では違いがほとんど見られないことから十分な精度が得られるものとし, 本論文の数値計算例では  $m=100$  を用いた.

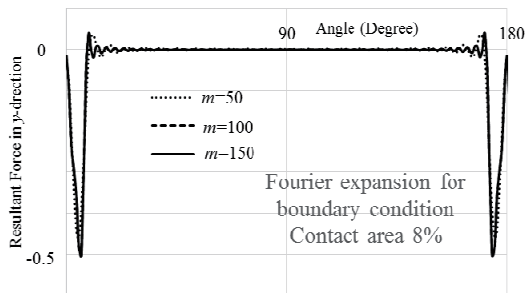
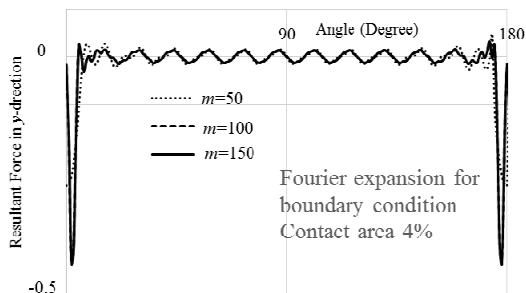


(a) Contact area 4%



(b) Contact area 8%

Fig. 3 Fourier expansion for boundary condition.



(b) Contact area 8%

Fig. 4 Boundary condition from present model.

### 3.2 加圧板との接触面積付近の変位

加圧板表面上からのせん断力に加え, Fig. 5 に示すような接触面積中心で最大, 端部で 0 となる余弦関数で表される分布<sup>4), 21), 22)</sup>の圧縮力を加え重ね合わせたときの接触面積付近の変形の様子を Fig. 6 表す. 各図には供試体と加圧板との接触面積に相当する長さも示した. 接触面積は 4% と 8% とした. 圧縮力の方向の弾性係数を  $E_1$ , それに対し垂直方向の弾性係数を  $E_2$  とした場合, Lekhnitskii の弾性解では  $E_2/E_1=1.0$  では計算できない.  $E_2/E_1=0.98$  とした場合, 圧裂試験において供試体中心で発生する引張応力の誤差は接触面積 4% で 0.5%, 接触面積 8% で 1.2% となり十分な精度が得られるものとして, 等方性の場合に対する数値計算としてこの値を用いた. 加圧板からの法線方向の圧縮力  $P$  に対するせん断力  $T$  の大きさ  $T/P$  は 0, 0.2, 0.4 および 0.6 とした. 横軸, 縦軸はそれぞれ圧縮力, せん断力の方向とそれに対して垂直の方向で, 軸の値は供試体中心からの距離を半径  $a$  で基準化した供試体中心からの距離である. 変位の大きさは  $0.01E_1/a$  倍して表した. 加圧板上に生じるせん断力が大きくなるにしたがって接触面積部分に生じる窪みの幅が狭くなっている. 接触面積 4% では  $T/P=0.4$ , 8% では  $T/P=0.2$  付近で加圧板端部付近の窪みは消え, それらの値より大きくなると加圧板に向かって隆起している様子が見て取れる. 実際の圧裂試験において, 加圧板に接している供試体表面の変形は加圧板の形状に沿って生じ, 供試体表面と加圧板との間に隙間が出来ることはない. したがって, 接触面に適切な値の内向きせん断力を作用させることによって, 窪みがなくなり実際の圧裂試験で生じる変形に近づけることが出来た. しかしながら, 本研究においても変形解析で接触面積中心での窪みが生じていることから, 加圧板上から供試体表面に作用するせん断力の分布の形状を精査する必要がある.

### 3.3 供試体内の応力分布への影響

Fig. 7 および Fig. 8 に加圧板上にせん断力が生じる場合と生じない場合に供試体内に生じる引張を正とする最大主応力および最大せん断応力の分布を示した. 横軸および縦軸はそれぞれ圧縮力の方向とそれに対して垂直の方向を, 値は供試体中心からの径  $a$  で基準化を行った距離を表す. 各図には供試体と加圧板との接触面積に相当する長さも示した. 接触面積は 4%, 圧縮力  $P$  に対するせん断力  $T$  の大きさ  $T/P$  は 0.4 とし, 圧縮力の分布は Fig. 5 と同じものを採用した. 両図とも  $P=1.0$  としたときの 0.8, 1.0, 1.2, 1.4 および 2.0 の値が生じる場所について表した. 最大主応力, 最大せん断応力ともせん断力が作用している場合は接触面積端部より外側に増加している様子が見て取れる. しかしながら, 加圧板表面上に生じるせん断力の影響は接触面積付近に限られ, 最大主応力, 最大せん断応力ではそれぞれ供試体半径  $a$  の 0.05 倍, 0.1 倍だけ加圧板から離れると, その影響はほとんど見られなくなる.

3.4 加圧板との接触面に発生する引張応力

Fig. 9 に接触面付近の供試体表面に発生する加圧板からの圧縮力に対し垂直方向の応力の分布を示す。供試体は等方性、接触面積は4%、垂直方向の圧力に対するせん断力の大きさ  $T/P$  は 0, 0.2 および 0.4 とし、加圧板上の圧縮力の分布は Fig. 5 と同じものを用いた。発生する応力の値は引張を正とし、地盤工学会や ISRM で用いられている等方性の供試体で発生する引張強さ  $\sigma_{yiso}=P/\pi a$  で基準化を行った。図には供試体と加圧板との接触面積に相当する長さも示した。せん断力が作用しない場合、加圧板付近で引張応力が発生することはないが、せん断力が作用すると接触面積端部よりやや内側の中心から  $2.5^\circ$  付近で引張応力が発生している。せん断力の値が大きくなるに

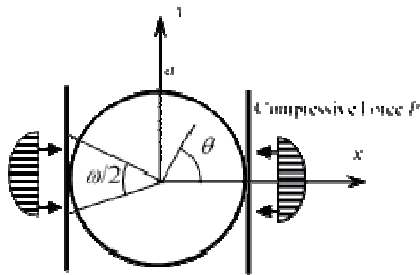
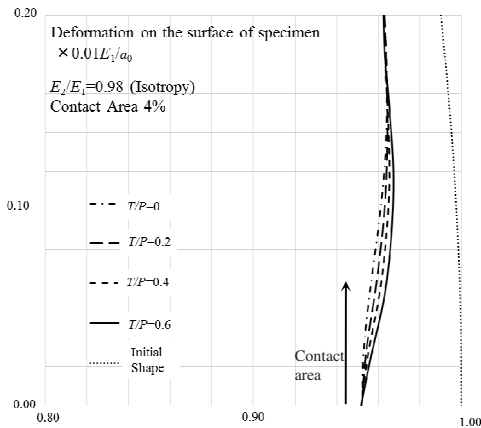
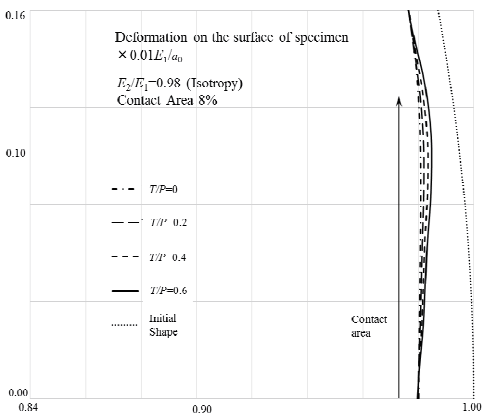


Fig. 5 Distribution of compressive force.



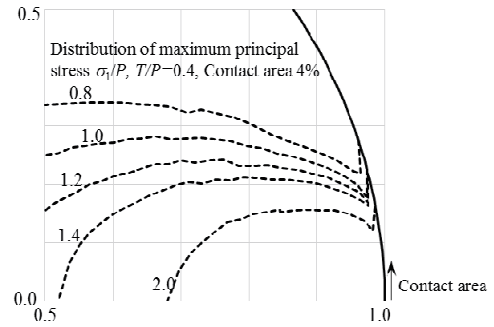
(a) Contact area 4%



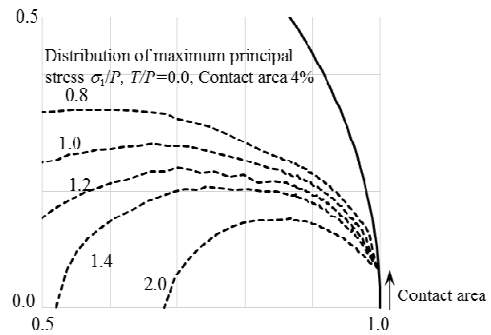
(b) Contact area 8%

Fig. 6 Deformation around loading platen in specimen.

したがってその値も大きくなっており、 $T/P=0.2$  で約 25 倍、 $T/P=0.4$  で約 69 倍となっている。

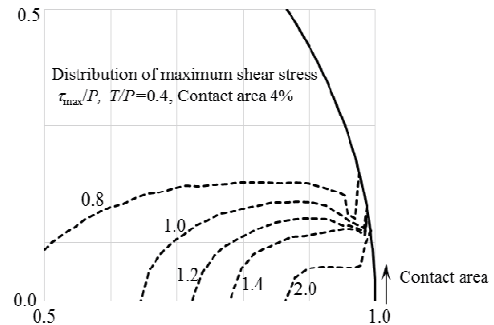


(a) Under shear force

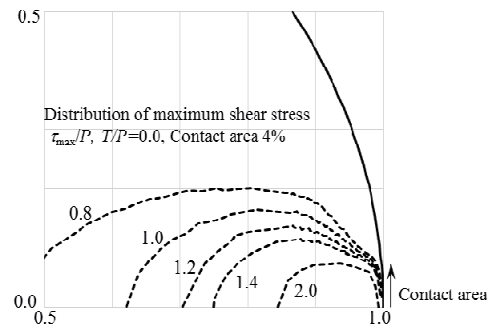


(b) Without shear force

Fig. 7 Spatial distribution of maximum principal stress.



(a) Under shear force



(b) Without shear force

Fig. 8 Spatial distribution of maximum shear stress.

このことを受け、Fig. 9 と同じ荷重条件下での Fig. 10 に示すような供試体中心と加圧板中心を結ぶ半径  $A$  と供試

体中心から接触面積中心より  $2.5^\circ$  だけ傾いた半径  $B$  上で発生する圧縮力に対し垂直方向の応力の分布を Fig. 11 に示した. とともに, 発生する応力は引張を正とし, 地盤工学会や ISRM で用いられる等方性の供試体で発生する引張強さ  $\sigma_{iso}=P/\pi a$  で基準化した. 半径  $A$  上では, 加圧板にせん断力を作用させることによって表面より半径の  $0.05$  倍付近で最大値が見られる. しかしながら, その値は  $T/P=0.4$  のときでも供試体中心で発生する引張応力の  $2.8$  倍程度である, 一方, 半径  $B$  上ではせん断力  $T$  が作用しなければ圧縮力に対して垂直な応力は発生しないが, せん断力  $T$  が作用すると圧縮力に対して垂直な応力の最大値が表面で発生する. せん断力  $T$  の値が大きくなれば表面で発生する圧縮力に対して垂直な応力も大きくなる. Fig. 12 に示されるように, 圧裂試験では多くの供試体で加圧板との接触面で 2 箇所のクラックが見られる<sup>6)</sup>. この解析で示されたように接触面積の端部付近で大きな圧縮力に対し垂直な応力が発生し, 接触面積中心と供試体中心を結ぶ半径上で発生する引張応力によって破壊が生じる以前に供試体表面上に生じる圧縮力に対して垂直な応力によって破壊が生じていることも推察される.

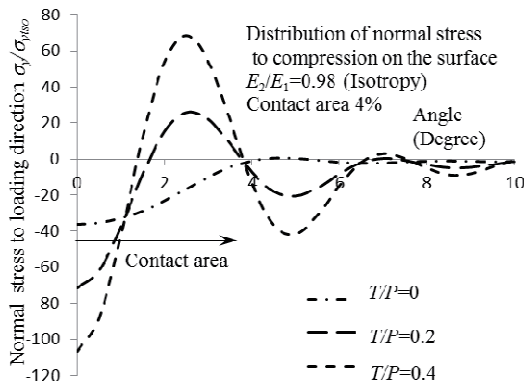


Fig. 9 Distribution of normal stress to compression near the surface of specimen.

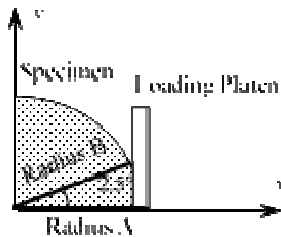
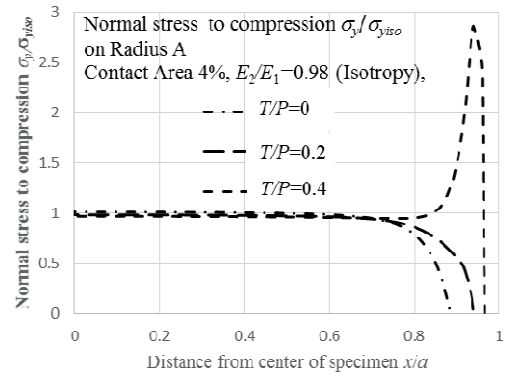


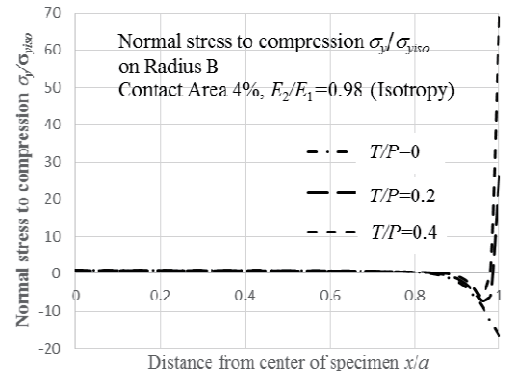
Fig. 10 Radius A and B in specimen for calculation of  $\sigma_y$ .

4 結 言

岩石などのぜい性材料の引張試験を簡便に行うことができる圧裂試験において, 理論解や解析解を使ったほとんどの研究では加圧板あるいは供試体表面に対し法線方向の圧力のみを検討し解析が行われてきた. 本研究では圧裂試験時に加圧板と供試体の間に生じる接触面積に載荷方向の力のみならず, 加圧板上に生じるせん断力を境



(a)  $\sigma_y$  on radius A



(b)  $\sigma_y$  on Radius B

Fig. 11 Distribution of normal stress to compression from center to surface of circular specimen.



Fig. 12 Specimen after diametrical compression with flat platen<sup>6)</sup>.

界条件に加えた. この境界条件を異方性を示す岩石にも適用できるように異方性弾性解に用いて載荷軸上に発生する引張応力の分布のみならず, 供試体の変形, 最大主応力および最大せん断応力の分布を示した. さらに, 供試体表面に発生する圧縮力に対し垂直方向に発生する応力を求め, 最大値が生じる場所と供試体中心を結ぶ半径, 接触面積と供試体中心を結ぶ半径の二つについて圧縮力に対して垂直方向に発生する応力を求め考察を行った.

変形の解析では, 従来の解析で接触面積端部付近に発生していた歪みを減らし, 試験時の変形に近づけることが出来た. 最大主応力および最大せん断応力の解析では加圧板上のせん断力の影響は供試体中の接触面積付近に限られることが示された. さらに供試体表面に発生する圧縮力に対して垂直方向に発生する応力の計算では

圧縮力に対して2割のせん断力を作用させた場合でも接触面積端部内側で ISRM や地盤工学会で提案されている引張強さの 25 倍程度の引張応力が発生することが確認できた。また、供試体中心と載荷面積中心を結ぶ半径上ではこれほど大きな引張応力は発生しないことも確認できた。平面加圧板を用いた実際の圧裂試験においては接触面積の端部でひび割れが発生している例が多く、またこの引張応力の発生は載荷方向の力のみでは説明できないものもある。したがって、平面加圧板を用いた実際の圧裂試験においては供試体と加圧板との接触面積を把握した上で、加圧板上に発生するせん断力を考慮することによって数値計算の精度向上が期待できる。

本研究は異方性の解を用いたものの、数値計算例は等方性の場合に限定した。また、2次元の平面応力状態で行ったため、奥行き方向の影響は考慮されていない。高速度カメラなどを用いて実際の圧裂試験において破壊が始まる箇所を検証し、異方性と圧縮力の方向などが及ぼす影響を明らかにすることが今後の課題となる。

#### 参 考 文 献

- 1) Japanese Geotechnical Society, Methods and explanation for testing ground material, pp. 901-911 (2009).
- 2) ISRM, International Society for Rock Mechanics, Commission on Standardization of Laboratory and Field Test., "Suggested methods for determining tensile strength of rock materials", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Geomechanics Abstracts, Vol. 15, pp.99-103, (1978).
- 3) Y. Aono, K. Tani, T. Okada and M. Sakai, "The mechanism of failure near the loading point in the splitting tensile strength test on Tago Stone" (in Japanese), Proceedings of 41<sup>st</sup> Rock Mechanics Symposium in Japan, pp. 157-162 (2012).
- 4) S. Kukino and T. Tsutsumi, "Modification of boundary condition in theoretical model for diametrical compression test", Proceedings of 4th International Symposium on Technology for Sustainability, CD-ROM, 342, (2014).
- 5) Y. Higashi, S. Yoshinaga, R. A. Abdullah and T. Tsutsumi, "Modeling for distribution of compressive stress from loading platens in diametrical loading test", Proceedings of 12<sup>th</sup> International Civil Engineering Post Graduate Conference (SEPKA), <https://doi.org/10.1051/mateconf/201825001009>, (2018).
- 6) R. A. Abdullah and T. Tsutsumi, "Evaluation of tensile strength of Brazilian test under solid and ring disks using finite element analysis", Sains Malaysia, Vol. 47, No.4, pp. 683-689, (2018).
- 7) M. Bahaaddini, M. Serati, H. Masoumi and E. Rahimi, "Numerical assessment of rupture mechanism in Brazilian test of brittle materials", International Journal of Solids Structures, Vol. 180-181, pp. 1-12, (2019).
- 8) N. Erarslan, Z. Z. Liang and D. J. Williams, "Experimental and numerical studies on determination of indirect tensile strength of rocks", Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 45, pp. 739-751, (2012).
- 9) N. Erarslan and D. J. Williams, "Experimental, numerical and analytical studies on tensile strength of rocks", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Vol. 49, pp. 21-30, (2012).
- 10) S. K. Kourkoulis, Ch. F. Markide and, P. E. Chatzistergos, "The Brazilian disc under parabolically varying load: Theoretical and experimental study of the displacement field", International Journal of Solid Structures, Vol. 49, pp. 959-972, (2012).
- 11) Ch. F. Markide and S.K. Kourkoulis, "The stress field in a standardized Brazilian disc: The influence of the loading type acting on the actual contact length", Rock Mechanics and Rock Engineering Vol. 45, pp. 145-158, (2012).
- 12) Ch. F. Markide and S. K. Kourkoulis, "The influence of jaw's curvature on the results of the Brazilian disc test", Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, Vol. 8, pp. 127-146, (2016).
- 13) X. X. Wai and K. T. Chau, "Three dimensional analytical solution for finite circular cylinders subjected to indirect tensile test", International Journal of Solid Structures, Vol. 50, pp. 2395-2406, (2013).
- 14) M. Serati, H. Alehossein and N. Erarslan, "The Brazilian disc test under a non-uniform contact pressure along its thickness", Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 49, pp. 1573-1577, (2016).
- 15) R. K. Lemmon and D. M. Blacketter, "Stress analysis of an orthotropic material under diametral compression", Experimental Mechanics, Vol. 36, pp. 204-211, (1996).
- 16) T. Tsutsumi, and K. Hirashima, "Analysis of orthotropic circular disks and rings under diametrical loading", Structural Engineering and Mechanics, Vol. 9, No. 1, pp. 37-50, (2000).
- 17) S. G. Lekhnitski, Anisotropic Plate, pp. 141-146, Gordon & Breach, (1968).
- 18) A. Lavrov and A. Vervoort, "Theoretical treatment of tangential loading effects on the Brazilian test stress distribution", International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Vol. 39, pp. 275-283, (2002).
- 19) C. F. Markides and S. Kourkoulis, "The circular disc under rotational moment and friction: application to the cracked Brazilian disc test", Archive of Applied Mechanics, Vol. 85, pp. DOI: 10.1007/s00419-015-1023-6, (2015).
- 20) S. Kawakubo, T. Tsutsumi and K. Hirashima, "Stress and displacement fields for an anisotropic elliptical disk subjected to arbitrary loads at boundary", Transaction of Japan Society of Mechanical Engineering, Vol. 62, No. 599, pp. 1626-1633, (1996).
- 21) L. Japaridze, "Shear stresses in the indirect test of tensile strength of rocks and other hard materials", Bulletin of the Georgian National Academy of Science, Vol. 10, pp. 45-54, (2016).
- 22) T. Tsutsumi and S. Kukino, "Distribution of tensile stress under modified boundary condition in theoretical solution for the diametrical compression test", Proceedings of 13<sup>th</sup> International Congress on Rock Mechanics, USB Flash Memory, 537, (2015).