

**Kaedah Penganggar Parameter Alternatif
bagi Taburan Nilai Ekstrim Teritlak
(*Alternative Method for Parametric Estimation
of Generalised Extreme Value Distribution*)**

¹Ani Shabri & ²Abdul Aziz Jemain

¹Jabatan Matematik, Fakulti Sains, Universiti Teknologi Malaysia, 81310 Skudai, Johor, Malaysia

²Pusat Pengajian Sains Matematik, Fakulti Sains & Teknologi,
Universiti Kebangsaan Malaysia, 43600 Bangi, Selangor, Malaysia

e-mail: ¹, ani@utm.my

Abstrak Taburan ekstrim teritlak telah digunakan begitu meluas untuk menggambarkan banjir tahunan, curahan hujan, kelajuan angin, ketinggian ombak, kedalaman salji dan lain-lain peristiwa ekstrim. Dalam makalah ini model regresi polinomial diperkenalkan dalam menganggar parameter bentuk taburan nilai ekstrim teritlak (GEV) untuk digunakan dalam analisis frekuensi banjir. Tiga model regresi polinomial diperkenalkan dalam menganggar parameter ini. Simulasi Monte Carlo digunakan untuk menjelaskan keupayaan model regresi polinomial dibandingkan dengan model polinomial yang dicadangkan oleh Hosking et al. [5]. Hasil kajian menunjukkan model regresi polinomial peringkat 5 secara umumnya lebih baik berbanding model yang lain, dan membuatkan model ini sebagai pilihan yang terbaik dalam menganggar parameter bagi taburan GEV.

Katakunci Regresi Polinomial, L-momen, GEV, Tempoh ulangan.

Abstract *The generalized extreme-value (GEV) distribution has found wide application for describing annual floods, rainfall, wind speeds, wave heights, snow depth, and other extreme events. In this paper the polynomial regression models are introduced for estimating the shape of the GEV distribution for using in the flood frequency analysis. Monte Carlo simulations are conducted to illustrate the performance of using the polynomial regression models compared with the model suggested by Hosking et al. [5]. The results show that the polynomial regression model of order 5 is generally better than the other models and this makes it the best option for estimating the parameters of GEV distribution.*

Keywords *Polynomial Regression, L-moment, GEV, Return Period.*

1 Pengenalan

Taburan nilai ekstrim teritlak “generalized extreme value (GEV)” telah diperkenalkan oleh Jenkison [6], memainkan peranan yang penting dan telah digunakan dengan meluas dalam memodelkan kejadian ekstrim seperti banjir, curahan hujan, ribut dan ombak besar. Dalam

analisis frekuensi banjir serantau, taburan ini telah menjadi perhatian khusus untuk digunakan dalam indeks banjir berdasarkan kaedah penganggar momen berpemberat kebarangkalian (MBK) (Martins dan Stedinger [7]). Banyak kajian-kajian analisis frekuensi banjir telah menggunakan taburan GEV (Hosking et al. [5]; Chowdhury et al. [3], Salvadori [9]). Secara matematik, taburan GEV begitu menarik disebabkan bentuk songsang taburan boleh diungkapkan dalam bentuk tertutup dan parameter taburan mudah dianggar menggunakan kaedah L-momen. Hosking et al. [5] mendapati bahawa kaedah L-momen adalah sama dengan kaedah MBK dalam menganggar taburan GEV dan ianya lebih baik daripada kaedah kebolehdjian maksimum (KM) dalam sebutan bias dan varians untuk sampel daripada 15 hingga 100.

Disebabkan penggunaan taburan ini begitu terkenal, anggaran parameter bagi taburan GEV menjadi asas yang penting untuk dinilai dari segi ketepatan, kejituan dan keberkesanan. Rumus model polinomial yang dicadangkan oleh Hosking et al. [5] telah dijadikan rumus piawai dalam menganggar parameter taburan GEV. Dalam kajian ini kami menumpukan keatas anggaran parameter bentuk taburan bagi taburan GEV dan beberapa pembaikan terhadap anggaran parameter taburan dilakukan dengan mencadangkan beberapa model regresi polinomial. Kekuatan model polinomial yang dicadang akan dibandingkan dengan model PH berdasarkan data simulasi Monte-Carlo.

2 Kaedah Momen Berpemberat Kebarangkalian dan L-momen

Penggunaan momen berpemberat kebarangkalian (MBK) telah menjadi semakin terkenal dalam analisis frekuensi banjir semenjak diperkenalkan oleh Greenwood et al. [4]. MBK bagi pembolehubah rawak X dengan fungsi kebarangkalian kumulatif $F(x)$ ditakrifkan sebagai

$$M_{p,r,s} = E\{X^p[F(x)]^r[1 - F(x)]^s\} \quad (1)$$

dengan p , r dan s adalah integer positif. Untuk menganggar parameter taburan GEV, MBK $\beta_r = M_{1,r,0}$ biasanya digunakan. Anggaran bagi β_r untuk sampel bersaiz n diberikan oleh

$$\hat{\beta}_r = \frac{1}{n} \binom{n-1}{r}^{-1} \sum_{j=r+1}^n \binom{j-1}{r} x_{j:n} \quad r = 0, 1, \dots \quad (2)$$

dengan $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ adalah nilai bagi statistik tertib sampel. L-momen ke- $(r+1)$ ditakrifkan sebagai gabungan linear MBK iaitu

$$\lambda_{r+1} = \sum_{k=0}^r (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} \beta_k \quad r = 0, 1, \dots \quad (3)$$

Nisbah L-momen ditakrifkan sebagai

$$\text{L - Pekali Variasi (LCV), } \tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (4)$$

$$\text{L - Kepencongan (LCS), } \tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \quad (5)$$

$$\text{L - Kurtosis, (LCK), } \tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \quad (6)$$

3 Taburan GEV Dan Anggaran Parameter Berdasarkan Kaedah L-momen

Taburan GEV terdiri daripada tiga jenis taburan iaitu taburan ekstrim Jenis I (EV1) untuk $k = 0$, taburan Jenis II (EV2) untuk $k < 0$ dan taburan Jenis III (EV3) untuk $k > 0$ [7]. Fungsi taburan kumulatif, $F(x)$ taburan GEV ditakrifkan sebagai

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 - k \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{1/k} \right\} \quad k \neq 0 \quad (7)$$

dengan $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ untuk $k < 0$ dan $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ untuk $k > 0$. Parameter μ , σ dan k masing-masing adalah parameter lokasi, skala dan bentuk. Fungsi kuantil bagi taburan GEV diberikan dalam sebutan parameter dan fungsi taburan kumulatif adalah

$$x(F) = \mu + \frac{\sigma}{k} [1 - \{-\ln(F)\}^k] \quad (8)$$

MBK bagi taburan GEV untuk $k \neq 0$ diberikan oleh

$$\beta_r = (r + 1)^{-1} \left\{ \mu + \frac{\alpha}{k} [1 - (r + 1)^{-k} \Gamma(1 + k)] \right\} \quad (9)$$

L-momen bagi taburan GEV dapat ditulis sebagai

$$\lambda_1 = \mu + \frac{\alpha}{k} \{1 - \Gamma(1 + k)\} \quad (10)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{k} \Gamma(1 + k) (1 - 2^{-k}) \quad (11)$$

$$\tau_3 = \frac{2(1 - 3^{-k})}{(1 - 2^{-k})} - 3 \quad (12)$$

dengan $\Gamma(\cdot)$ ditandakan sebagai fungsi gamma

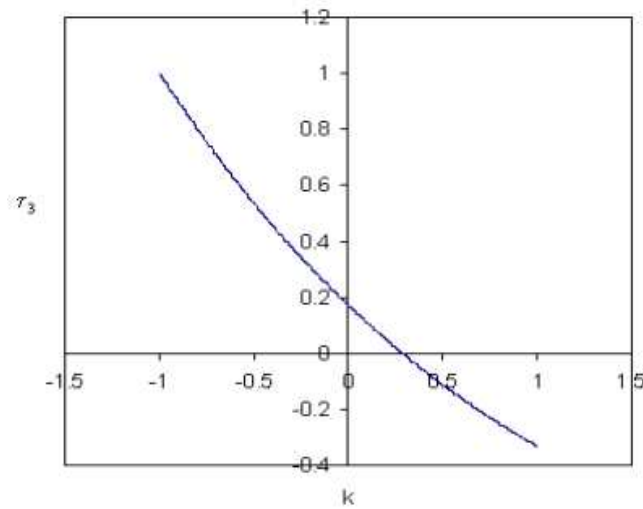
$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad (13)$$

Bagi mendapatkan anggaran bagi k , hubungan L-kepencongan taburan GEV dan L-kepencongan sampel dari persamaan (12) berikut digunakan

$$\hat{\tau}_3 = \frac{2(1 - 3^{-k})}{(1 - 2^{-k})} - 3 \quad (14)$$

Hubungan antara τ_3 dan k persamaan (12) boleh ditunjukkan dalam Rajah 1.

Oleh kerana parameter bentuk taburan GEV bagi kaedah L-momen tidak boleh diungkapkan dengan jelas sebagai satu fungsi, maka kaedah lelaran mesti digunakan. Tiada penyelesaian tepat boleh diperolehi untuk k , tetapi disebabkan fungsi $(1 - 3^{-k})/(1 - 2^{-k})$ adalah hampir linear maka penghampiran polinomial untuk \hat{k} adalah lebih sesuai.

Rajah 1: Hubungan antara τ_3 dan k bagi taburan GEV

3.1 Anggaran Bagi Parameter Bentuk k

Berdasarkan Rajah 1, parameter k bagi taburan GEV boleh dianggarkan menggunakan persamaan polinomial berikut:

$$\hat{k} = P(y) \quad (15)$$

dengan

$$P(y) = A_0 + A_1y + A_2y^2 + \dots + A_p y^p + \varepsilon_i \quad (16)$$

dengan p adalah peringkat bagi persamaan polinomial.

Hosking et al. [5] mendapati nilai k dalam julat $(-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2})$, sesuai dianggarkan menggunakan penghampiran polinomial peringkat ke-2, dengan

$$\begin{aligned} A_0 &= 0 \\ A_1 &= 7.8590 \\ A_2 &= 2.9544 \end{aligned}$$

dan

$$y = \frac{2}{3 + \hat{\tau}_3} - \frac{\log(2)}{\log(3)} \quad (17)$$

3.2 Persamaan Regresi Polinomial Cadangan

Persamaan regresi polinomial peringkat 3, 5 dan 8 (P3, P5 dan P8) dicadangkan bagi mendapatkan anggaran bagi k yang terbaik. Bentuk persamaan regresi polinomial yang dipertimbangkan adalah seperti berikut:

$$\hat{k} = P(\tau_3), \quad -1.0 \leq k \leq 1.0 \quad (18)$$

dengan

$$P(y) = A_0 + A_1y + A_2y^2 + \dots + A_p y^p + \varepsilon_i \quad (19)$$

dan $A_j, j = 0, 1, \dots, p$ adalah parameter tak diketahui. Persamaan (19) boleh juga ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$\mathbf{P} = \mathbf{YA} + \varepsilon \quad (20)$$

dengan \mathbf{P} adalah vektor $n \times 1$, \mathbf{Y} adalah matriks $n \times (p + 1)$, \mathbf{A} adalah vektor $(p + 1) \times 1$ dan ε pula adalah vektor ralat $n \times 1$.

Kaedah yang paling popular digunakan untuk mendapatkan penganggar bagi A_j adalah kaedah kuasa dua terkecil. Kriteria yang kerap digunakan untuk mendapatkan anggaran bagi $A_j, j = 0, 1, \dots, p$ adalah dengan meminimumkan hasil tambah kuasa dua reja,

$$S = \sum_{i=1}^n \{P(y_i) - A_0 - A_1y - A_2y^2 - \dots - A_py^p\}^2 \quad (21)$$

S juga boleh ditulis dalam tatanda matriks dalam bentuk

$$S = (\mathbf{P} - \mathbf{YA})^T (\mathbf{P} - \mathbf{YA}) \quad (22)$$

Penganggar kuasa dua terkecil bagi A adalah

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{P} \quad (23)$$

Min ralat kuasa dua (MRK) digunakan untuk menguji kualiti bagi model regresi yang dicadangkan (Broersen [2]). MRK ditakrifkan sebagai

$$\text{MRK} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^N [P(y_i) - \hat{P}(y_i)]^2 \quad (24)$$

MRK adalah varians sampel iaitu jumlah ralat kuasa dua dibahagi dengan darjah kebebasan, $v = N - (p + 1)$ dengan p adalah bilangan peringkat bagi persamaan polinomial dan N adalah bilangan bagi \hat{k} untuk $-1 \leq k \leq 1$. Nilai terkecil bagi MRK menunjukkan model tersebut paling sesuai dipadankan dengan data.

1 menunjukkan pekali bagi model P3, P5 dan P8, serta nilai MRK untuk kesemua model bagi $-1 \leq k \leq 1$ dan $N = 1000$.

1 menunjukkan MRK bagi setiap model regresi polinomial semakin bertambah dengan berkurangnya nilai peringkat bagi model. Model P8 didapati menghasilkan MRK terendah dan ini menunjukkan bahawa model ini adalah model yang paling sesuai dipadankan dengan data diikuti oleh P5 dan P3.

Setelah nilai parameter bentuk, \hat{k} diketahui, parameter skala dan lokasi bagi taburan GEV boleh dianggarkan secara berturut-turut daripada persamaan (11) dan (10) iaitu

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\lambda}_2 \hat{k}}{(1 - 2^{-\hat{k}}) \Gamma(1 + \hat{k})} \quad (25)$$

$$\hat{\mu} = \hat{\lambda}_1 - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{k}} \{1 - \Gamma(1 + \hat{k})\} \quad (26)$$

Jadual 1: Pekali Model Regresi Polinomial Dan Min Ralat Kuasa Dua

	P8	P5	P3
A_0	0.283777	0.283632	0.284829
A_1	-1.796069	-1.795678	-1.819647
A_2	0.821685	0.830940	0.812698
A_3	-0.529186	-0.551089	-0.285374
A_4	0.394890	0.339246	
A_5	-0.325057	-0.107477	
A_6	0.253220		
A_7	-0.137529		
A_8	0.034274		
MRK	0.000015	0.00062	0.01941

4 Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo digunakan untuk menyelidiki keupayaan model regresi polinomial berbanding model PH dalam menganggar kuantil taburan GEV. Simulasi Monte Carlo dilakukan dengan menjana sampel bersaiz 15, 25, 50 dan 100, dari taburan GEV dengan parameter $\mu = 0$, $\sigma = 1$ dan parameter k antara -0.4 dan 0.4. Untuk setiap saiz sampel, 10000 sampel dijana, dan anggaran bagi kuantil $Q(F)$, $F = 0.90, 0.98, 0.99, 0.998$ dan 0.999 , diperiksa dalam sebutan punca min ralat kuasa dua (PMRK) dan bias.

Jadual 2 menunjukkan perbandingan nilai PMRK dan bias bagi kaedah L-momen berdasarkan P3, P5, P8 dan PH untuk $n = 25$ dan 100 , dan $-0.3 \leq k \leq 0.3$. Oleh kerana PMRK dan bias bagi kuantil untuk setiap model menunjukkan bentuk yang hampir sama, maka hanya kuantil $Q(F)$, $F = 0.99$, dan 0.998 dipertimbangkan. Secara keseluruhannya didapati PMRK untuk kesemua penganggar menurun dengan pertambahan nilai k , manakala bias bagi penganggar didapati meningkat dengan meningkatnya nilai k .

Model P5 didapati hampir keseluruhannya menghasilkan MRK terkecil untuk k antara -0.2 dan 0.2 diikuti oleh P8, manakala PH terkecil untuk $k > 0.2$ dan P3 untuk $k = -0.3$ bagi kedua-dua sampel. Bias ditunjukkan dalam Jadual 2 juga diperolehi untuk kuantil, $Q(F)$, $F = 0.99$, dan 0.998 , dianggarkan menggunakan P3, P5, P8 dan PH. Dalam sebutan bias, dalam kebanyakan kes P5 didapati terbaik untuk $-0.2 \leq k \leq 0$ diikuti oleh P8. Manakala penganggar PH didapati terbaik untuk $0.1 \leq k \leq 0.2$ dan P3 terbaik untuk $k = 0.3$. Dalam menentukan penghampiran terbaik untuk saiz sampel dan kuantil yang berbeza, nilai MPRK bagi setiap model regresi polinomial dibandingkan dengan model PH dalam sebutan ketepatan anggaran, ϕ yang ditakrifkan sebagai

$$\phi = \frac{\text{PMRK Model Regresi Polinomial Peringkat ke-}p}{\text{PMRK PH}} \quad (27)$$

Nilai $\phi < 1$ menunjukkan bahawa model regresi polinomial peringkat ke- p lebih baik dibandingkan dengan PH. Jadual 3 menunjukkan nilai ϕ bagi model P3, P5 dan P8 berbanding dengan PH untuk $k = -0.2, 0, 0.2$ dan $n = 15, 25, 50, 75$ dan 100 . Untuk $k = 0.2$, PH lebih baik berbanding dengan model polinomial yang lain untuk hampir kesemua saiz sampel, n

Jadual 2: Perbandingan Nilai MPRK dan BIAS Bagi Kaedah L-Momen Berdasarkan Penghampiran Regresi Polinomial Peringkat ke-3, 5 dan 8 Dan Penghampiran Hosking (PH)

<i>n</i>	<i>F</i>	<i>k</i>	MPRK					BIAS				
			PH	P8	P5	P3	PH	P8	P5	P3		
25	0.990	-0.3	5.2220	5.2100	5.2105	5.2083*	0.1822	0.1883	0.1888	0.1704*		
		-0.2	3.6184	3.6160*	3.6161	3.6173	-0.0579	-0.0540	-0.0534*	-0.0720		
		-0.1	2.3184	2.3155	2.3152*	2.3218	-0.0689	-0.0663	-0.0657*	-0.0825		
		0.0	1.5527	1.5500	1.5496*	1.5583	-0.0888	-0.0880	-0.0877*	-0.0999		
		0.1	1.0485	1.0473	1.0469*	1.0544	-0.0632*	-0.0641	-0.0641	-0.0704		
		0.2	0.7387*	0.7388	0.7387	0.7437	-0.0457*	-0.0472	-0.0473	-0.0486		
		0.3	0.5306*	0.5318	0.5319	0.5346	-0.0483	-0.0493	-0.0495	-0.0476*		
		0.998	-0.3	15.8579	15.8885	15.8920	15.8464*	-1.0087*	-1.0100	-1.0093	-1.0548	
			-0.2	9.8088*	9.8290	9.8303	9.8215	-1.0716	-1.0637	-1.0621*	-1.1151	
	-0.1		5.2259	5.2179	5.2171*	5.2421	-0.6010	-0.5922	-0.5905*	-0.6382		
	0.0		3.0950	3.0862	3.0849*	3.1142	-0.4356	-0.4322	-0.4313*	-0.4633		
	0.1		1.8562	1.8523	1.8514*	1.8726	-0.2539*	-0.2550	-0.2548	-0.2704		
	0.2		1.2058	1.2054	1.2051*	1.2178	-0.1660*	-0.1685	-0.1688	-0.1731		
	0.3		0.8080*	0.8098	0.8099	0.8160	-0.1298*	-0.1316	-0.1320	-0.1299		
	100		0.990	-0.3	2.8889	2.8900	2.8906	2.8845*	0.0179	0.0246	0.0254	0.0029*
				-0.2	1.7940	1.7923	1.7923*	1.7938	-0.0307	-0.0243	-0.0232*	-0.0481
		-0.1		1.1534	1.1508	1.1504*	1.1560	-0.0331	-0.0296	-0.0288*	-0.0496	
		0.0		0.7468	0.7450	0.7447*	0.7504	-0.0243	-0.0241	-0.0238*	-0.0373	
0.1		0.5052		0.5046	0.5044*	0.5087	-0.0188*	-0.0207	-0.0208	-0.0269		
0.2		0.3495		0.3497	0.3497*	0.3523	-0.0144*	-0.0170	-0.0173	-0.0176		
0.3		0.2494*		0.2501	0.2502	0.2514	-0.0123	-0.0142	-0.0146	-0.0113*		
0.998		-0.3		8.3322	8.3545	8.3571	8.3312*	-0.4737	-0.4540	-0.4517*	-0.5268	
		-0.2		4.3476	4.3405	4.3403*	4.3551	-0.3166	-0.2959	-0.2928*	-0.3693	
		-0.1	2.4182	2.4089	2.4078*	2.4315	-0.1888	-0.1787	-0.1765*	-0.2323		
		0.0	1.3837	1.3788	1.3779*	1.3961	-0.1061	-0.1051	-0.1042*	-0.1360		
		0.1	0.8464	0.8450	0.8446*	0.8558	-0.0659	-0.0694*	-0.0696	-0.0824		
		0.2	0.5384*	0.5390	0.5389	0.5446	-0.0428*	-0.0473	-0.0478	-0.0488		
		0.3	0.3585*	0.3600	0.3601	0.3622	-0.0309	-0.0341	-0.0346	-0.0296*		

dan F . Manakala untuk $k = -0.2$ dan 0 , P5 dalam kebanyakan kes didapati hampir sama dengan P8 tetapi lebih baik berbanding dengan PH untuk kesemua sampel teutamanya bagi $F = 0.99$ dan 0.998 . P3 menghasilkan ketepatan anggaran yang rendah untuk k positif dan mempunyai ketepatan anggaran yang tinggi berbanding dengan PH terutamanya untuk $k \leq 0$, dengan $F = 0.90$ dan 0.99 .

Jadual 3: Perbandingan Antara P3, P5 dan P8 Berbanding PH

k	n	Kaedah	$k = -0.2$			$k = 0.0$			$k = 0.2$		
			$F = 0.9$	$F = 0.99$	$F = 0.998$	$F = 0.9$	$F = 0.99$	$F = 0.998$	$F = 0.9$	$F = 0.99$	$F = 0.998$
-0.2	15	P8	0.9992	0.9988	1.0021	1.0001	0.9988	0.9982	1.0003	1.0001	0.9990
		P5	0.9991	0.9988	1.0023	1.0001	0.9986	0.9980	1.0003	0.9999	0.9986
		P3	0.9993	0.9993	1.0008	0.9999	1.0029	1.0045	1.0004	1.0063	1.0088
	25	P8	0.9993	0.9993	1.0021	1.0001	0.9982	0.9972	1.0002	1.0002	0.9997
		P5	0.9993	0.9994	1.0022	1.0001	0.9979	0.9967	1.0002	1.0000	0.9994
		P3	0.9993	0.9997	1.0013	0.9997	1.0036	1.0062	1.0004	1.0069	1.0100
	50	P8	1.0001	0.9995	1.0000	1.0000	0.9978	0.9966	1.0001	1.0004	1.0006
		P5	1.0001	0.9995	1.0000	1.0000	0.9974	0.9960	1.0001	1.0002	1.0004
		P3	0.9994	0.9999	1.0013	0.9996	1.0043	1.0078	1.0003	1.0076	1.0110
75	P8	1.0003	0.9993	0.9991	1.0000	0.9977	0.9965	1.0000	1.0005	1.0009	
	P5	1.0003	0.9993	0.9991	1.0000	0.9973	0.9959	1.0000	1.0003	1.0008	
	P3	0.9993	0.9999	1.0015	0.9996	1.0046	1.0085	1.0003	1.0079	1.0113	
100	P8	1.0004	0.9991	0.9984	1.0000	0.9976	0.9965	1.0000	1.0005	1.0011	
	P5	1.0004	0.9991	0.9983	1.0000	0.9972	0.9958	1.0000	1.0003	1.0009	
	P3	0.9993	0.9999	1.0017	0.9996	1.0049	1.0090	1.0002	1.0079	1.0114	

*Nilai kurang daripada 1 menunjukkan kaedah yang dicadangkan terbaik

5 Contoh Pengiraan

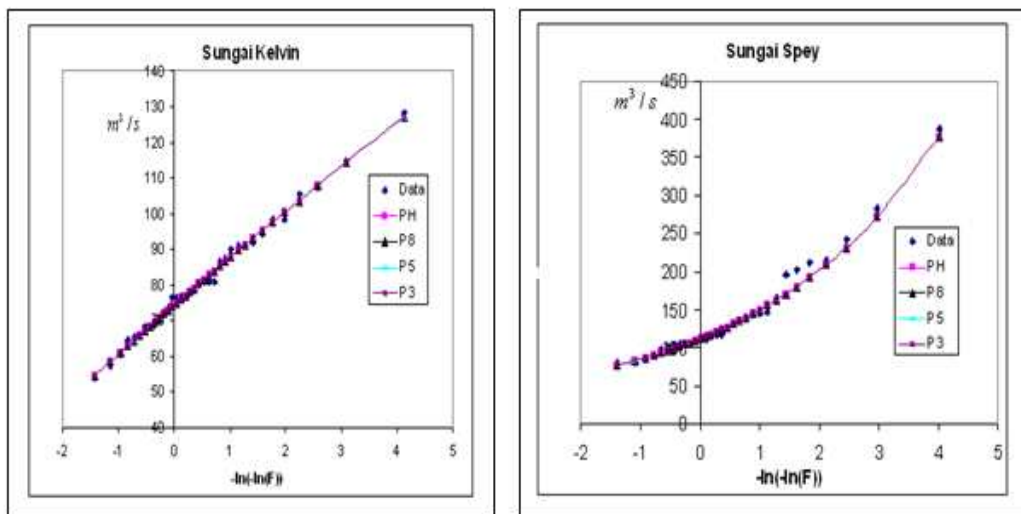
Bagi menjelaskan penggunaan model regresi polinomial dalam menganggar parameter bentuk taburan GEV bagi kaedah L-momen, dua set data siri banjir tahunan maksimum untuk sungai Kelvin dan sungai Spey yang diperolehi daripada Ahmad et al. [1] dipertimbangkan. Anggaran parameter untuk setiap set data menggunakan pelbagai model regresi polinomial diberikan dalam Jadual 4. Cerapan dan keluk frekuensi yang dikira untuk kedua-dua set data diplotkan dalam Rajah 2. Nilai cerapan data diplotkan melawan variasi pengurangan $EV1$, $-\log(-\log F)$ menggunakan plot kedudukan Rao dan Hamed [8]. Rajah 2 menunjukkan bahawa keluk frekuensi bagi kedua-dua contoh sungai yang diperolehi oleh empat model adalah begitu rapat antara satu sama lain dan sesuai dipadankan dengan cerapan data.

6 Kesimpulan

Dalam kajian ini, satu perbandingan antara model regresi polinomial dan model yang dicadangkan oleh Hosking bagi kaedah L-momen dilakukan untuk menganggar parameter bentuk bagi taburan GEV. Simulasi Monte Carlo digunakan bagi menentukan ketepatan model polinomial yang dicadangkan berbanding model yang dicadangkan oleh Hosking et al. [5] dalam menganggar kuantil taburan.

Jadual 4: Nilai Anggaran Parameter

Model	Parameter					
	Set Data Sungai Kelvin			Set Data Sungai Spey		
	μ	α	k	μ	α	k
PH	74.150	13.638	0.031	111.756	31.611	-0.333
P8	74.149	13.636	0.031	111.765	31.648	-0.332
P5	74.150	13.637	0.031	111.766	31.651	-0.332
P3	74.137	13.612	0.029	111.743	31.553	-0.334



Rajah 2: Taburan GEV Dipadankan Dengan Aliran Tahunan Maksimum Sungai Kelvin dan Sungai Spey. Parameter Taburan Dianggarkan Menggunakan Kaedah L-momen Berdasarkan Model Regresi Polinomial PH, P8, P5 dan P3.

Hasil kajian mendapati model P5 adalah lebih konsisten berbanding model yang lain dalam sebutan bias dan PMRK. Walaupun model P8 didapati memberikan kesesuaian terbaik dalam menganggar parameter bentuk, tetapi keupayaan P8 didapati tidak sebaik P5 untuk menganggar kuantil sampel bagi taburan GEV.

Model P5 didapati lebih ringkas, teguh dan secara umumnya lebih baik berbanding dengan model yang lain, membuatkan ianya menjadi model alternatif untuk menganggar parameter bentuk dan seterusnya digunakan dalam menganggar kuantil bagi taburan GEV.

Rujukan

- [1] M.I. Ahmad, C.D. Sinclair & A. Werritty, *Log-Logistic Flood Frequency Analysis*, Journal of Hydrology, 98(1998), 205–224.
- [2] P.M.T. Broersen, *How to Select Polynomial Models with an Accurate Derivative*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 49(2000), 910–914.
- [3] J.U. Chowdhury, J.R. Stedinger & L. Lu, *Goodness-of-Fit Tests for Regional Generalized Extreme Value Flood Distributions*, Water Resources Research, 27(1991), 1765–1776.
- [4] J.A. Greenwood, J.M. Landwehr, N.C. Matalas & J.R. Wallis, *Probability Weighted Moments: Definitions and Relation to Parameters of Several Distributions Expressed in Inverse Form*, Water Resources Research, 15(1979), 1049–1054.
- [5] J.R.M. Hosking, J.R. Wallis & E.F. Wood, *Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability Weighted Moments*, Technometrics, 27(3)(1985), 251–261.
- [6] A.F. Jenkinson, *Statistics of Extremes, in Estimation of Maximum Floods*, WMO 233, TP 126, Technical Note. World Meteorol. Off. Geneva Switerland, (1969), 183–228.
- [7] E.S. Martins & J.R. Stedinger, *Generalized Maximum-Likelihood Generalized Extreme-Value Quantile Estimators for Hydrologic Data*, Water Resources Research, 36(2000), 737–744.
- [8] A.R. Rao & K.H. Hamed, *Flood Frequency Analysis*, New York: CRC Press, 2000.
- [9] G. Salvadori, *Linear Combinations of Order Statistics to Estimate the Position and Scale Parameters of the Generalized Extreme Values Distribution*, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 16(2002),18–42.