

Pendekatan Perbandingan Cerun Untuk Pengaturcaraan Linear

Mohd. Yunus Majid
Faridah Maarof

Jabatan Penyelidikan Operasi, Institut Sains Komputer
UTM, Jalan Semarak, 54100 Kuala Lumpur

Abstrak

Pengaturcaraan linear bukanlah satu bidang baru dalam penyelesaian matematik. Sehingga kehari ini sahaja pelbagai kaedah dan pendekatan telah direka untuk menyelesaikan masalah-masalah pengaturcaraan linear. Kaedah simpleks ulangkaji merupakan antara kaedah yang biasa digunakan. Secara manualnya untuk penyelesaian yang agak besar, simpleks ulangkaji merupakan satu kaedah yang memakan masa dan memerlukan kefahaman tentang matriks disamping kerumitan dalam membuat pengiraan. Dalam pada itu, oleh kerana terlalu banyak lelaran yang dibuat, maka kebarangkalian berlakunya kesilapan adalah tinggi.

Berikutan daripada masalah ini, satu kaedah baru bagi menyelesaikan satu masalah pengaturcaraan linear telah direkabentuk. Ia dinamakan pendekatan Perbandingan Cerun untuk pengaturcaraan linear. Secara amnya kaedah ini menyelesaikan masalah pengaturcaraan linear dengan membuat perbandingan cerun fungsi objektif dan kekangan. Buat permulaannya skop hanya berkisar pada masalah yang mempunyai dua pembolehubah.

Katakunci : *Pengaturcaraan linear, Kaedah Simpleks Ulangkaji, Pendekatan Perbandingan Cerun, Fungsi objektif, cerun*

Abstract

Linear programming is not a new field in mathematical problem solving. Until today, various methods and approaches have been invented for solving linear programming problems. One of the methods normally used is the revised simplex. For complex problems, solved manually using revised simplex, it requires time and understanding of matrices in addition to its complexity in calculation. At the same time, due to number of iterations that has to be done, the probability of error is high.

Consequently, a new method for solving linear programming problems called the Comparison of slopes was designed. Generally, this method makes comparison of the slopes of the constraints and the objective function. As a start, the scope of this study only encompasses problems of two variables.

Keywords : *Linear programming, Revised Simplex Method, Comparison of Slopes approach, Objective function, slopes*

Pendekatan Perbandingan Cerun Untuk Pengaturcaraan Linear

1.0 Pengenalan

Pendekatan Perbandingan Cerun merupakan satu kaedah yang diidekan bertujuan untuk mengatasi masalah pengaturcaraan linear secara manual. Penyelesaian masalah pengaturcaraan linear menggunakan kaedah ini ialah dengan mencari persilangan optima kekangan bersesuaian dengan fungsi objektif. Persilangan ini diperolehi dengan mencari beberapa kekangan yang mempunyai cerun terhampir dengan fungsi objektif. Bilangan kekangan yang dipilih adalah bersamaan bilangan asal pembolehubah. Terdapat tiga langkah penting dalam menggunakan kaedah ini iaitu mencari cerun, pemilihan kekangan dan penyelesaian daripada kekangan yang dipilih.

2.0 Kaedah Umum Penyelesaian

Tiga langkah penting untuk mendapatkan penyelesaian menggunakan kaedah ini adalah seperti berikut:

- i. Mencari semua cerun masalah asal pengaturcaraan linear.
- ii. Membuat pemilihan cerun kekangan yang terhampir dengan fungsi objektif.
- iii. Membuat penyelesaian daripada kekangan yang dipilih.

Pertamanya kita perlu mencari cerun fungsi objektif, S_0 dan n cerun kekangan, S_i :

$$S_0 = -a_0/b_0$$

$$S_i = -a_i/b_i \quad , \quad i = 1,2,3,\dots, n$$

di mana,

S_0 = cerun fungsi objektif

S_i = cerun kekangan

a = pekali pembolehubah pertama

b = pekali pembolehubah kedua

i = bilangan kekangan

Pemilihan kekangan dalam langkah kedua diperolehi dengan mencari kekangan yang terhampir dengan fungsi objektif pada kedudukan optima. Ini dilakukan dengan membuat perbandingan cerun setiap satu kekangan, S_i dengan cerun fungsi objektif, S_0 . Kekangan diambil sekiranya ia mempunyai cerun lebih kecil dan lebih besar daripada cerun fungsi objektif supaya persilangan boleh diperolehi pada titik penyelesaian optima iaitu:

$$S(\text{kekangan 1}) < S(\text{fungsi objektif}) < S(\text{kekangan 2})$$

di mana, S = cerun

Dalam hal ini, pemilihan kekangan bergantung kepada jenis masalah iaitu jika masalah adalah maksima, kekangan berjenis \leq dipilih. Sekiranya salah satu kekangan tidak dijumpai ambil sebarang kekangan yang mempunyai cerun terhampir dengan cerun fungsi objektif. Setelah semua kekangan dipilih, lakukan penyelesaian akhir dengan menggunakan kaedah penyelesaian serentak. Satu contoh yang biasa seperti kaedah Gauss-Jordan.

3.0 Algoritma Kaedah

Berikut adalah algoritma pendekatan perbandingan cerun untuk masalah maksima.

Langkah 1: Dapatkan semua n cerun kekangan S_i , $i = 1,2,3,\dots,n$ dan cerun fungsi objektif, S_0 .

Langkah 2: Buat pemilihan kekangan.

Langkah 2.1: Pilih satu kekangan K_1 berjenis ' \leq ' yang mempunyai cerun terhampir dengan cerun fungsi objektif, S_0 dan terus ke langkah 2.2.

Jika tiada, pilih kekangan K_1 berjenis '=' yang mempunyai cerun yang terhampir dengan cerun fungsi objektif.

Pendekatan Perbandingan Cerun Untuk Pengaturcaraan Linear

- Langkah 2.2: Jika kekangan pertama, K_1 yang dipilih mempunyai cerun yang lebih kecil daripada cerun fungsi objektif, S_0 maka pilih kekangan kedua, K_2 berjenis ' \leq ' yang mempunyai cerun lebih besar dan terhampir dengan cerun fungsi objektif. Sebaliknya jika kekangan pertama, K_1 mempunyai cerun lebih besar daripada cerun fungsi objektif, maka pilih cerun kekangan kedua, K_2 berjenis ' \leq ' yang mempunyai cerun lebih kecil dan terhampir dengan cerun fungsi objektif. Jika ada, terus ke langkah 3.
- Langkah 2.3: Dapatkan kekangan kedua, K_2 berjenis '=' yang mempunyai cerun terhampir dengan cerun fungsi objektif. Jika tiada, dapatkan kekangan kedua, K_2 berjenis ' \geq ' yang terhampir dengan cerun fungsi objektif. Jika tidak, terus ke langkah 3.
- Langkah 2.4: Jika cerun kekangan pertama, $K_1 < S_0$, dapatkan kekangan kedua, K_2 bercerun 0. Sebaliknya jika cerun kekangan pertama, $K_1 > S_0$, dapatkan kekangan kedua bercerun 0.
- Langkah 3: Buat penyelesaian serentak kekangan yang dipilih. Berhenti. (Hasilnya adalah penyelesaian optima)

Perhatikan jika masalah pengaturcaraan linear adalah minima, maka pada langkah 2, pemilihan kekangan adalah berdasarkan kepada jenis sebaliknya. Contohnya jika kekangan yang dipilih berjenis ' \leq ' maka untuk masalah minima adalah berjenis ' \geq '. Sebaliknya jika kekangan yang dipilih berjenis ' \geq ' maka untuk masalah minima adalah berjenis ' \leq '.

4.0 Contoh Penyelesaian

Katahal kita ada masalah pengaturcaraan linear seperti berikut:

Contoh 1:

$$\text{Maksima } Z = 3X_1 + 2X_2$$

Tertakluk kepada

$$X_1 + 2X_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$2X_1 + X_2 \leq 8 \quad (2)$$

$$X_2 \leq 2 \quad (3)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (4)$$

$$X_2 \geq 0 \quad (5)$$

Adalah perlu dinyatakan di sini, fungsi objektif dan kekangan di atas tidak perlu ditukarkan kepada bentuk piawai.

Penyelesaian Contoh 1:

Daripada langkah 1 kita perolehi cerun-cerun berikut:

$S_0 = -3/2$	(cerun fungsi objektif)
$S_1 = -1/2$	(cerun kekangan 1)
$S_2 = -2$	(cerun kekangan 2)
$S_3 = 1$	(cerun kekangan 3)
$S_4 = 0$	(cerun kekangan 4)
$S_5 = \infty$	(cerun kekangan 5)

Pada langkah 2.1, S_2 dipilih kerana kekangan 2 berjenis \leq dan ia lebih hampir kepada S_0 di mana $S_2 < S_0$. Oleh itu kekangan yang dipilih, K_1 ialah kekangan 2 ($K_1=2$). Kemudian pada langkah 2.2, S_1

Pendekatan Perbandingan Cerun Untuk Pengaturcaraan Linear

dipilih kerana kekangan 1 adalah berjenis \leq dan ia lebih hampir dengan cerun fungsi objektif, S_0 . Oleh itu $K_2 = 1$ di mana $S_1 > S_0$.

Seterusnya pada langkah 3 kita perlu selesaikan persamaan bagi kekangan 1 dan 2.

$$X_1 + 2X_2 = 6 \quad (1)$$

$$2X_1 + X_2 = 8 \quad (2)$$

Daripada persamaan serentak di atas kita perolehi penyelesaian optima dengan nilai $X_1 = 2 \frac{2}{3}$ dan $X_2 = 1 \frac{1}{3}$ dengan $Z = 10 \frac{2}{3}$.

Contoh 2 :

Minima $Z = 4X_1 + X_2$

Tertakluk kepada

$$3X_1 + X_2 = 3 \quad (1)$$

$$4X_1 + 3X_2 \geq 6 \quad (2)$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 4 \quad (3)$$

$$X_1 \geq 0 \quad (4)$$

$$X_2 \geq 0 \quad (5)$$

Penyelesaian Contoh 2:

Daripada langkah 1 kita perolehi cerun seperti berikut:

$$S_0 = -4 \quad (\text{cerun fungsi objektif})$$

$$S_1 = -3 \quad (\text{cerun kekangan 1})$$

$$S_2 = -4/3 \quad (\text{cerun kekangan 2})$$

$$S_3 = -1/2 \quad (\text{cerun kekangan 3})$$

$$S_4 = \infty \quad (\text{cerun kekangan 4})$$

$$S_5 = 0 \quad (\text{cerun kekangan 5})$$

Pada langkah 2.1, S_2 dipilih kerana kekangan 2 berjenis \geq dan ia lebih hampir dengan cerun fungsi objektif S_0 . Oleh itu $K_1 = 2$ di mana $S_2 > S_0$. Kemudian pilih kekangan 1 kerana pada langkah 2.2 tiada lagi kekangan berjenis \geq selain daripada S_4 dan S_5 (digunakan untuk alternatif terakhir). Oleh itu $K_2 = 1$.

Kemudiannya buat penyelesaian terakhir pada langkah 3.

$$3X_1 + X_2 = 3 \quad (1)$$

$$4X_1 + 3X_2 = 6 \quad (2)$$

Daripada persamaan serentak, penyelesaian optima yang diperolehi ialah $X_1 = 3/5$ dan $X_2 = 1$ dengan $Z = 3 \frac{3}{5}$.

Algoritma pendekatan ini telah diuji ke atas lebih dari tiga puluh permasalahan pengaturcaraan linear (dua pemboleh ubah) yang berbentuk maksima dan minima dan terbukti kesahihannya.

5.0 Perbandingan Pendekatan Perbandingan Cerun Dengan Kaedah Bergraf dan Simpleks Ulangkaji

5.0.1 Pendekatan Perbandingan Cerun

Kaedah ini lebih menumpukan kepada perbandingan di antara cerun-cerun kekangan dengan cerun fungsi objektif untuk mendapatkan titik persilangan yang optima. Hasil daripada persilangan ini, penyelesaian serentak dilakukan untuk mendapatkan penyelesaian optima.

Secara manualnya ia lebih mudah dilaksanakan. Oleh kerana langkah sehingga dua persamaan terakhir diperolehi tanpa membuat pengiraan, maka kebarangkalian berlakunya ralat adalah rendah.

5.0.2 Kaedah Bergraf

Kaedah ini adalah untuk menyelesaikan masalah pengaturcaraan linear yang mempunyai dua pembolehubah. Penyelesaian memerlukan kepada kertas graf di mana setiap kekangan dilukis di atasnya untuk mendapatkan kawasan tersaur. Ketepatan sukar diperolehi sekiranya skil graf adalah besar. Umumnya, kaedah ini mudah digunakan oleh pelajar peringkat rendah. Ia tidak memerlukan kepada pengetahuan matriks. Oleh kerana penyelesaian masalah terhadap dua pembolehubah ia tidak boleh menyelesaikan masalah-masalah pengaturcaraan linear yang besar.

5.0.3 Kaedah Simpleks Ulangkaji

Kaedah ini pula melibatkan penurunan matriks songsangan yang dilakukan lelaran demi lelaran untuk mencapai penyelesaian optima. Saiz matriks songsangan ini pula bergantung kepada bilangan kekangan masalah. Semakin besar bilangan kekangan semakin besar matriks songsangan. Secara manualnya kaedah ini adalah lambat. Ini adalah kerana ia melibatkan pengiraan matriks. Di samping itu kebarangkalian berlakunya ralat semasa pengiraan matriks songsangan adalah tinggi. Saiz matriks bergantung rapat kepada bilangan kekangan. Semakin besar kekangan, maka semakin besar bilangan saiz matriks songsangan. Namun begitu secara komputasi, kaedah ini adalah lebih cekap dalam menyelesaikan masalah pengaturcaraan linear yang besar.

6.0 Kesimpulan

Kaedah Perbandingan Cerun adalah lebih mudah difahami dan digunakan dan lebih tepat pada keadaan-keadaan tertentu. Dalam kaedah simpleks ulangkaji penurunan matriks songsangan memerlukan pengiraan nilai-nilai titik apungan. Oleh kerana nilai-nilai titik apungan ini digunakan lelaran demi lelaran maka ketepatan jawapan bergantung rapat kepada penghampiran titik perpuluhan yang digunakan. Semakin besar penghampiran titik perpuluhan maka semakin tepat penyelesaian akhir yang diperolehi. Berbanding dengan pendekatan Perbandingan Cerun, keadaan ini tidak berlaku kerana pengiraan yang melibatkan titik apungan hanya berlaku setelah titik persilangan diperolehi.

Usaha melanjutkan kajian kepada kes lebih dari dua pembolehubah dan penyelesaian akhir tanpa menggunakan kaedah penyelesaian serentak sedang dijalankan oleh pihak penulis.

Rujukan

- [Bruce A. Murtagh 1981], *Advance Linear Programming, Computation and Practice*, University of South Wales, Australia, McGraw-Hill, Inc, 1981.
- [G. R. Walsh 1985], *An Introduction to Linear Programming*, Second Edition, University of York, A Wiley-Interscience Publication, 1985.
- [Hamdy A. Taha, 1982], *Operations Research: An Introduction*, Third Edition, New York, Macmillan Publishing Inc., 1982.
- [James P. Ignizio, 1982], *Linear Programming in Single-and-Multiple Objective System*, The Pennsylvania State University, Prentice-Hall, Inc., 1982.

Pendekatan Perbandingan Cerun Untuk Pengaturcaraan Linear

Micheal J. Best, *Linear Programming Active Set Analysis and Computer Programs*, University of Waterloo, Ontario, Canada, Prentice-Hall, Inc., 1985.

[**Mokhtar S. Bazaraa and John JonJarvis,1977**], *Linear Programming and Network Flows*, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, John Wiley and Sons, Inc., 1977.

[**Paul R. Thie,1979**], *An Introduction to Linear Programming and Game Theory*, Boston College, John Wiley and Sons, Inc., 1979.

[**Dr. Shaharir bin Mohamed Zain,1980**], *Pengaturcaraan Linear Permulaan*, UKM, Bangi, Selangor, Dewan Bahasa Dan Pustaka, 1980.

[**Wayne L. Winston,1987**], *Operation Research: Applications and Algorithm*, Boston, Duxbury Press, 1987.