

PENERBITAN MAKLUMAT TIGA DIMENSI SEBUAH LUKISAN GARISAN MENGGUNAKAN KAEDAH JUMLAH KUASA DUA TERKECIL

HABIBOLLAH HARON¹ & DZULKIFLI MOHAMED²

Abstract. Line drawing interpretation involves process of converting irregular line drawing to regular line drawing. The converting process produces junctions, lines and regions that are two-dimensional projection of vertices, edges, and faces of a solid model respectively. Based on the geometric information obtained, image regularities are determined and a over-determined sets of linear systems is developed. Grimstead [1] used three image regularities in the linear system and iterative ordinary least square to solve them. The paper is intended to propose Total Least Square method in solving over-determined sets of linear system of image regularities of a line drawing. Two image regularities have been used. The solutions obtained are visualized with the help of MATLAB tool. Case study is given to assist the explanation.

Key words: Line Interpretation, Total Least Square Method, Gradient Space, Image Regularities, Linear System

Abstrak. Pengekstrakan lukisan garisan melibatkan proses menukar lukisan garisan tidak sekata kepada lukisan sekata, mendapatkan entiti asas simpang, garisan serta kawasan dan seterusnya mendapatkan maklumat tiga dimensi lukisan. Proses penukaran lukisan tidak sekata akan menghasilkan maklumat dua dimensi lukisan dan maklumat geometri dua dimensi lukisan iaitu simpang, garisan dan kawasan masing-masing yang mewakili unjuran bucu, pinggir dan permukaan dalam tiga dimensi. Berdasarkan maklumat geometri dua dimensi ini, jenis kenalaran imej ditentukan untuk membentuk set sistem linear lebih tentu. Grimstead [1] menggunakan empat kenalaran imej dan menggunakan lelaran kuasa dua terkecil untuk menyelesaikan sistem linear lebih tentu yang dihasilkan. Kertas kerja ini akan mencadangkan kaedah jumlah kuasa dua terkecil untuk menyelesaikan sistem linear lebih tentu yang dibentuk oleh dua kenalaran imej. Perbandingan dengan kaedah Grimstead [1] akan ditunjukkan dan penerangan akan dibantu oleh kes kajian dan paparan output.

Kata kunci: Terjemahan garisan, Jumlah Kuasa Dua Terkecil, ruang gradien, kenalaran imej, sistem linear

1.0 PENGENALAN

Lukisan garisan merupakan satu daripada bentuk termudah penyataan grafik dalam banyak bidang. Ia mewakili pemandangan dua dimensi seperti rajah, pelan atau pemandangan tiga-dimensi seperti model padu atau dunia origami. Lukisan garisan

^{1&2} Fakulti Sains Komputer & Sistem Maklumat, Universiti Teknologi Malaysia, 81310 UTM Skudai, Johor Bahru. Email: habib@fsksm.utm.my

boleh berbentuk lukisan garisan sekata atau tidak sekata. Dengan bantuan sistem Rekabentuk Berbantuan Komputer (CAD) lukisan garisan tidak sekata boleh diperbaiki menggunakan suruhan suntingan. Kebolehan sistem CAD sebenarnya menghapuskan elemen bersahaja semasa melakar. Kemunculan peranti-peranti seperti pengimbas berkualiti, pen cahaya dan pendigit memberikan alternatif kepada sistem CAD. Oleh itu, satu penafsir yang menafsir lakaran tangan sepatutnya telahpun wujud supaya lakaran boleh diterjemah dan menghasilkan model padu hasil dari terjemahan lukisan garisan tersebut.

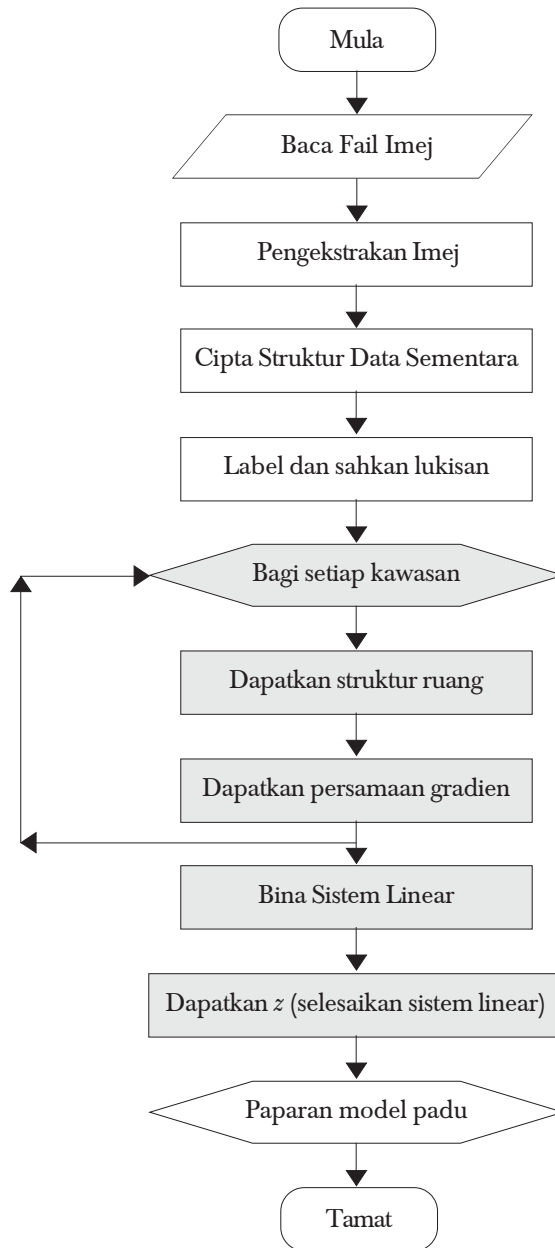
Tafsiran lukisan garisan melibatkan dua peringkat iaitu pengekstrakan ciri dan tafsiran ciri. Pengekstrakan ciri ialah penghuraian terus imej yang diimbas menggunakan teknik-teknik dalam pemprosesan imej. Tafsiran ciri pula ialah proses mendapatkan set tafsiran dengan mengangap lukisan mewakili objek dalam ruang tiga dimensi. Ini bertujuan untuk menyemak sama ada lukisan tersebut sah dengan menggunakan teknik pelabelan garisan [2].

Selepas lukisan ditafsir dan disahkan, langkah seterusnya ialah menggunakan maklumat yang ada untuk menterjemah maklumat dua dimensi tersebut supaya maklumat tiga dimensi dapat diterbitkan. Entiti-entiti asas yang dihasilkan semasa tafsiran iaitu simpang, garisan dan kawasan kemudiannya digunakan untuk menganggar kedalaman setiap simpang boleh-nampak menggunakan dua kenalaran imej iaitu struktur ruang dan gradien permukaan. Persamaan linear set kenalaran imej ini akan membentuk sistem linear lebih tentu. Penyelesaian sistem linear ini dilakukan menggunakan kaedah Jumlah Kuasa Dua Terkecil. Rajah 1 menunjukkan carta alir proses dalam menterjemah lukisan garisan. Kertas kerja ini membincangkan proses yang dilorekkan sahaja iaitu selepas proses melabelkan lukisan garisan sehingga menyelesaikan sistem linear.

2.0 KENALARAN IMEJ

Kenalaran imej ialah hubungkait geometri di antara entiti-entiti tunggal atau sekumpulan entiti. Peraturan heuristik menyatakan bahawa kenalaran imej tidak wujud dalam lukisan secara tidak sengaja, tetapi kewujudan mereka berkaitan dengan kenalaran geometri sebenar yang wujud dalam objek tiga dimensi [3].

Beberapa kenalaran imej telah digunakan Kanade [3] untuk membentuk set persamaan, yang kemudiannya diselesaikan bagi mendapatkan objek tiga dimensi daripada input lukisan tepat. Nemun begitu, pendekatan ini tidak sesuai untuk digunakan apabila berurusan dengan lukisan tidak sekata [4]. Grimstead [1] menggunakan struktur ruang, keselarian, simetri pencong dan suaian sudut tepat bagi mencipta sistem linear untuk mewakili lukisan. Lipson [4] pula mengungkapkan dua belas kenalaran imej dalam bentuk matematik. Kertas kerja ini mencadangkan dua kenalaran imej yang memadai untuk menyelesaikan masalah terjemahan lukisan garisan. Kedua-dua kenalaran imej tersebut ialah *struktur ruang* dan *gradien permukaan* dan dibincangkan dalam Seksyen 2.1 dan 2.2.



Rajah 1 Carta Aliran Proses Terjemahan Lukisan Garisan

2.1 Struktur Ruang

Permukaan dua dimensi dibangunkan oleh paling kurang tiga titik. Ciri-ciri ini mewakili struktur ruang kawasan. Secara am, satu satah diwakili oleh persamaan satah dalam bentuk

$$px + qy + z + c = 0 \quad (1)$$

Nilai x dan y adalah setara dengan nilai x dan y setiap titik di atas permukaan. Disebabkan kita tidak mengetahui nilai z titik tersebut, ia kekal sebagai anu. Menggunakan andaian ini, kita ambil p , q dan c sebagai pemalar satu permukaan. Oleh itu, bagi setiap titik di atas permukaan, kita akan memperolehi satu persamaan dengan p , q , z dan c ialah anu.

Bagi setiap permukaan, bilangan titik yang membendung permukaan akan membentuk bilangan persamaan yang sama. Diberikan satu titik (x_1, y_1) , yang membendung permukaan, persamaan yang mewakili struktur ruang permukaan tersebut diberikan oleh persamaan di bawah.

$$px_1 + qy_1 + z_1 + c = 0 \quad (2)$$

dengan z_1 ialah nilai kedalaman titik
 p , q , dan c ialah pemalar persamaan

Diberikan m titik yang membendung permukaan, maka kita mempunyai m persamaan seperti ditunjukkan oleh set persamaan berikut.

$$\begin{aligned} p_1x_1 + q_1y_1 + z_1 + c_1 &= 0 \\ \dots\dots\dots & \\ \dots\dots\dots & \\ p_mx_m + q_my_m + z_m + c_m &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 Gradien Permukaan

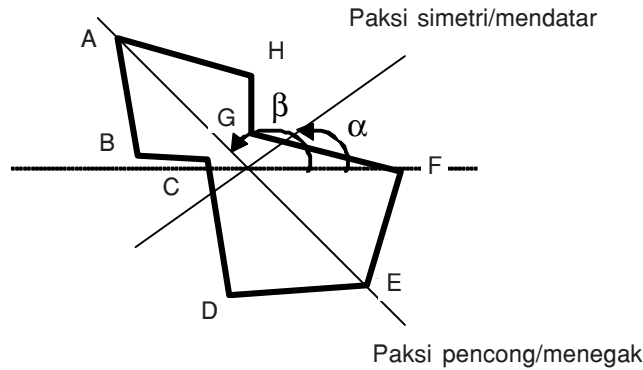
Seksyen ini membincangkan tentang artifak gradien permukaan iaitu mendapatkan nilai gradien permukaan bagi kawasan dua dimensi. Perbincangan dibahagikan kepada lima bahagian yang berkait iaitu mengesan simetri pencong, algoritma mengira nilai suaian simetri, suaian sudut tepat, ruang gradien dan persamaan nilai gradien.

2.2.1 Mengesan Simetri Pencong

Jika sebuah lukisan dua dimensi mempunyai paksi yang menghasilkan pembalikan kepada sisi bersebelahan, maka simetri wujud dalam lukisan itu. Dengan kata lain, ciri-ciri simetri ditemui di sepanjang garisan jelajah yang bersudut tepat kepada simetri tersebut. Konsep simetri pencong menggunakan ciri ini tetapi dalam bentuk lain.

Konsep ini mengatakan bahawa bagi satu bentuk dua dimensi yang mempunyai simetri sepanjang satu garisan tidak semestinya bersudut tepat kepada paksi itu, tetapi simetri pada satu sudut terhadap paksi simetri itu. Rajah 2 menunjukkan satu contoh bentuk yang mempunyai simetri pencong dengan bentuk aslan ditunjukkan oleh

Rajah 3. Pada asalnya, bentuk sebegini ditakrifkan sebagai transformasi linear dua dimensi bagi simetri sebenar.



Rajah 2 Simetri pencong yang ditakrif oleh α dan β . Kedua-dua paksi ini akan sepatutnya betul-betul mendatar dan menegak selepas proses putaran kepada asalan dilakukan seperti ditunjukkan oleh Rajah 3

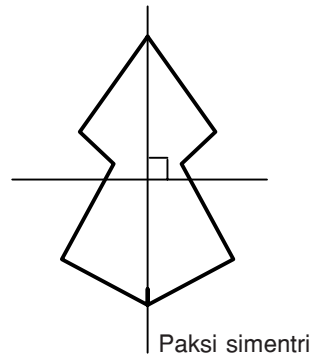
Simetri pencong mempunyai dua arah seperti ditunjukkan dalam Rajah 2. Kita namakan mereka *paksi simetri* dan *paksi pencong*. Penentuan paksi ini ditentukan dengan menetapkan paksi menegak atau paksi pencong. Kedua-dua paksi ini mestilah melalui pusat graviti kawasan sama ada simpang atau titik tengah garisan. Paksi menegak pula ditentukan dari paksi mendatar ke arah momen inersia permukaan. Momen inersia ini diperkenalkan oleh Friedberg [5] dan dikira seperti ditunjukkan oleh persamaan 4 iaitu α mewakili sudut paksi simetri, β mewakili sudut paksi pencong, dan kedua-duanya merujuk kepada paksi y . Elemen n_{xy} pula ialah elemen matriks momen N yang ditakrif oleh persamaan (5) dengan q_k ialah koordinat dua dimensi simpang ke k kawasan ujian.

$$\beta = \arctan \left(\frac{\frac{n_{02}}{\tan \alpha} - n_{11}}{\frac{n_{11}}{\tan \alpha} - n_{20}} \right) \tag{4}$$

dengan n_{02} = momen Y
 n_{11} = momen XY
 n_{20} = momen X

$$N = \sum q_k^T q_k \tag{5}$$

Jika kita lihat secara heuristik, bentuk adalah simetri dalam unjuran ortografik. Kita boleh menterjemah heuristik ini ke dalam bentuk kekangan ruang gradien. Kita wakikan α dan β masing-masing mewakili sudut arah paksi-paksi simetri dan pencong.



Rajah 3 Jelmaan lukisan Rajah 2 jika tidak berlaku simetri pencong

Diberikan pasangan paksi α dan β , kita boleh menentukan kesimetrian kawasan dengan mengira ralat suaian simetri bagi menentukan sama ada paksi ini mewakili simetri sebenar. Pengukuran kesimetrian dikira dengan berpandukan siri kawasan baru yang dijelmakan menggunakan kaedah yang dicadangkan oleh Friedberg [5].

Bagi setiap pasang paksi yang diperolehi, kita kira unjuran songsangan untuk menghasilkan permukaan simetri tidak pencong. Persamaan (6) menunjukkan rumus untuk menjelmakan titik baru dengan p_k ialah titik di atas kawasan simetri tidak pencong, q_k ialah titik di atas kawasan simetri pencong, dan T ialah matriks transformasi yang diberikan oleh persamaan (7) dengan $\gamma = \beta - \alpha$.

$$p_k^T = q_k \quad (6)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \cos \alpha \cot \gamma - \sin \alpha & \sin \alpha \cot \gamma + \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

Selepas mendapat semua titik jelmaan ini, nilai suaian simetri boleh dikira dengan menjumlahkan sisihan titik-titik ini dan dibahagikan dengan jumlah garisan kawasan terlibat. Algoritma terperinci pencarian nilai suaian simetri diberikan oleh Seksyen 2.2.2.

2.2.2 Mengira Nilai Suaian Simetri

Diberikan satu kawasan tertutup seperti ditunjukkan dalam Rajah 2 dengan diberikan paksi pencong menegak dan paksi simetri mendatar. Bagi menguji kewujudan simetri

kawasan pencong itu, *nilai simetri* perlu ditetapkan terlebih dahulu sebagai nilai ambang untuk penerimaan atau penolakan kewujudan simetri kawasan itu. Seterusnya, kita banding posisi simpang di sisi setentang paksi pencong menegak. Pasangan simpang setentang ini di padankan dan jarak di antara mereka dikira.

Seterusnya kita kira nilai suaian simetri dengan mendapatkan simpang terkiri kawasan. Simpang tersebut mestilah memenuhi syarat iaitu jika simpang ini hampir dengan paksi simetri mendatar dan dua simpang sekitarnya maka simpang ini digunakan sebagai titik pemula. Bagi Rajah 2, simpang A memenuhi kedua-dua syarat di atas.

Dua simpang yang berjiran dengan simpang A ini membentuk pasangan pertama titik-titik nilai. Bagi Rajah 2, simpang B dan C ialah simpang jiran kepada simpang A. Jika tidak, kita dapatkan simpang manakah terdekat kepada balikan simpang terkiri tadi dan gunakan simpang ini untuk menjadi pasangan titik-titik nilai.

Satu dari pasangan titik-titik ini di pantulkan terhadap paksi pencong menegak. Jarak di antara titik pantulan dan titik asal diukur. Kita ulangi proses bagi setiap pasang simpang dalam kawasan, bermula dari kiri ke kanan. Kita jumlahkan jarak di antara simpang pantulan dan pasangannya. Jumlah ini dibahagikan dengan jumlah jarak garisan, dan hasilnya ialah satu nilai pengukuran yang dikenali sebagai *nilai suaian simetri*. Nilai pengukuran yang rendah menunjukkan darjah kesimetrian yang tinggi dalam kawasan yang dikaji.

2.2.3 Suaian Sudut Tegak

Seksyen ini membincangkan alternatif jika nilai suaian simetri yang diperolehi bagi kawasan tidak menunjukkan sifat-sifat simetri pencong. Sebagai pilihan, suaian sudut tegak digunakan untuk menentukan sama ada wujud simetri dalam kawasan tersebut. Pengujian dilakukan dengan menguji setiap simpang dalam kawasan ujian satu persatu. Sebagai contoh Rajah 2, terdapat 8 simpang iaitu simpang A, B, C, D, E, F, G, dan H. Nilai sudut di antara dua garisan di simpang ini dikira dan α diumpukkan modulo 90° . Jika $\alpha > 45^\circ$, kita lakukan operasi $(90-\alpha)^\circ$ kepada jumlah sisihan dari sudut tegak, jika tidak kita tambah α kepada jumlah.

Suaian sudut tegak diukur sebagai jumlah sisihan sudut dibahagikan dengan 45° , dan dibahagikan dengan bilangan simpang yang diuji sudutnya. Pengukuran diukur dalam julat 0-1. Nilai 0 menandakan semua garisan dalam lukisan ialah 90° terhadap semua garisan yang insiden dengannya. Nilai 1 menandakan semua garisan ialah 45° terhadap garisan yang insiden dengannya.

$$\text{suaian_sudut_tegak} = \frac{(\sum \text{sisihan_sudut}) / 45^\circ}{\text{bilangan_simpang}}$$

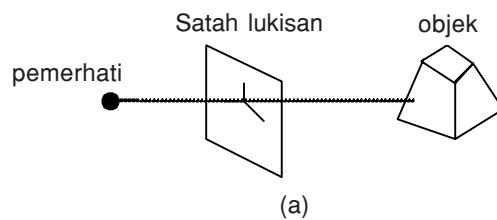
Perlu ditekankan bahawa pengujian sudut tegak ini dilakukan jika penilaian suaian simetri pencong tidak menunjukkan kewujudan simetri dalam kawasan itu

2.2.4 Ruang gradien

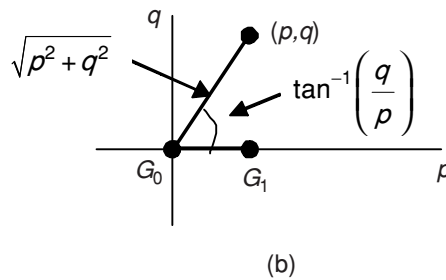
Ruang gradien digunakan untuk mewakili orientasi permukaan. Penggunaannya dipelopori oleh Huffman [6] dan Mackworth [7] (Rajah 4). Katalah kita diberikan satu satah lukisan dua dimensi dan satu objek tiga dimensi. Kita ambil paksi z sebagai selari dengan garis pandangan, dan satah xy ialah di atas satah lukisan dengan paksi x mendatar ke kanan pemerhati. Kita andaikan unjuran ortografik di sini. Satah ialah pemandangan dengan permukaan boleh dilihat dari pemerhati dan dinyatakan oleh persamaan (8).

$$-z = px + qy + c \quad (8)$$

Ruang dua dimensi yang dibuat oleh pasangan (p, q) dipanggil ruang gradien. Kita andaikan bahawa koordinat (x, y) adalah setara dengan koordinat (p, q) . Semua satah dalam pemandangan yang mempunyai nilai p dan q yang sama (iaitu orientasi yang sama) dipetakan ke atas titik (p, q) yang dipanggil gradien, dalam G .



Satah: $-z = px + qy + c \rightarrow$ titik: (p, q)



Rajah 4 Ruang gradien: (a) geometri termasuk objek gambar dan pemerhati (b) pemetaan satah kepada gradien

Gradien (p, q) mewakili bagaimana satah dicondongkan relatif kepada garisan pandangan (paksi z). Sebagai contoh, asalan $G_0 = (0, 0)$ bagi G berkaitan dengan satah $(-z = c)$ yang bersudut tepat dengan garis pandangan. Titik di atas paksi p positif, $(p, 0)$ dengan $p > 0$, berkaitan dengan satah $(-z = px + c, p > 0)$, yang condong

mendatar ke kanan: semakin besar p , semakin condong satah. Daripada persamaan (8) kita lihat bahawa vektor tiga dimensi $(p, q, 1)$ ialah vektor berarah normal permukaan.

Secara umum, satu permukaan diwakili sebagai $-z=f(x, y)$, maka

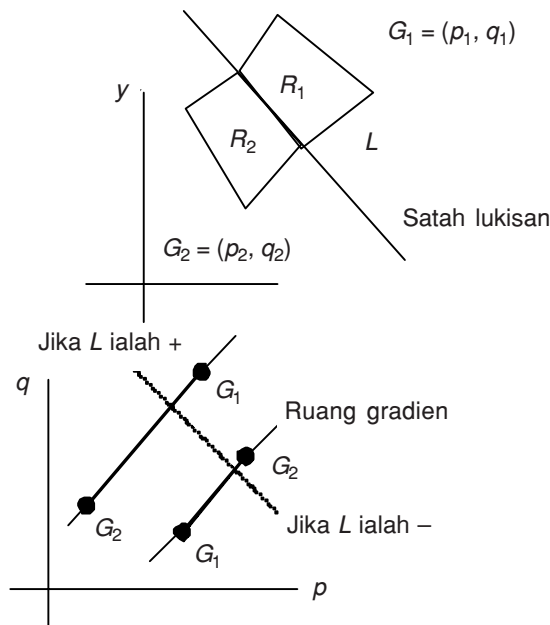
$$\begin{aligned} p &= \partial(-z) / \partial x \\ q &= \partial(-z) / \partial y \end{aligned} \tag{9}$$

Dan sebab itulah (p, q) dipanggil gradien. Oleh itu, arah $(\tan^{-1}(q/p))$ bagi vektor dari asalan ke gradien (p, q) ialah arah perubahan terdalam kedalaman $-z$ permukaan.

Panjang vektor $(p^2 + q^2)^{1/2}$ ialah kadar perubahan kedalaman sepanjang perubahan dalam itu, iaitu tangen sudut di antara satah gambar dan satah berkaitan kepada (p, q) .

Pertimbangkan kes yang mana dua satah bertemu pada satu pinggir. Gambar ortografik yang dibuat oleh kawasan R_1 dan R_2 dan garisan L ditunjukkan dalam Rajah 5. Seterusnya dalam ruang gradien, gradien G_1 dan G_2 bagi kedua-dua satah ini sepatutnya berada di atas garisan ruang-gradien (dipanggil garisan dual) yang bersudut tepat dengan lukisan garisan L , tetapi lokasi garisan ruang-gradien dan jarak di antara G_1 dan G_2 adalah sebarang.

Jika pinggir ialah cembung (positif), maka G_1 dan G_2 adalah bertertib dalam arah



Rajah 5 Ciri-ciri garisan dual. Jika dua satah bertemu dan garisan persilangan tersebut diunjurkan ke atas lukisan garisan L , maka gradien dua satah tadi ialah di atas garisan ruang gradien yang bersudut tepat kepada L .

yang sama dengan kawasan dalam gambar. Jika pinggir adalah cekung (negatif), tertib mereka terbalik. Ciri-ciri garisan dual ini berguna kerana mereka menyediakan asas menukar ciri-ciri yang boleh dilihat dalam lukisan (arah garisan) kepada kekangan ke atas ciri-ciri objek sebenar (orientasi permukaan).

2.2.5 Persamaan Nilai Gradien

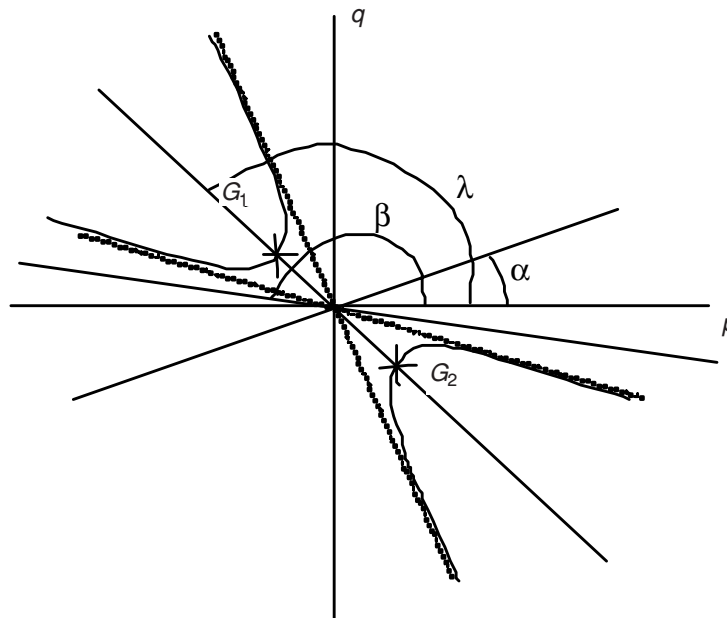
Katalah $G = (p, q)$ ialah gradien satah yang mempunyai simetri pencong. Ambil persamaan (10) sebagai vektor tiga dimensi di atas satah berkaitan dengan α dan β (Rajah 6).

$$\begin{aligned} A &= (\cos \alpha, \sin \alpha, -G \cdot a) \\ B &= (\cos \beta, \sin \beta, -G \cdot b) \end{aligned} \quad (10)$$

dengan

$$\begin{aligned} a &= (\cos \alpha, \sin \alpha) \\ b &= (\cos \beta, \sin \beta) \end{aligned}$$

Heuristik simetri memerlukan kedua-dua vektor tiga dimensi ini bersudut tepat



Rajah 6 Kekangan gradien bagi rajah simetri pencong

iaitu

$$A \cdot B = 0 \quad (11)$$

atau

$$\cos(\alpha - \beta) + (G \cdot a)(G \cdot b) = 0 \quad (12)$$

Diketahui bahawa $G = (p, q)$. Kembangkan persamaan (12) menghasilkan persamaan (13).

$$\begin{aligned} &\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta + \\ &(p \cos \alpha + q \sin \alpha) \cdot (p \cos \beta + q \sin \beta) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Dengan memutar koordinat (p, q) sebanyak $\lambda = (\alpha + \beta)/2$ kita akan mendapat cerun minima yang boleh menghasilkan transformasi daripada kedua-dua paksi tadi. Garis ini berada di atas sudut λ terhadap paksi- p .

Kedua-dua titik di atas hi perbola mestilah berada di atas garisan dengan gradien $\tan \lambda$ dan melalui paksi-paksi tadi. Garisan ini ditakrifkan oleh

$$q = p \tan \lambda \quad (14)$$

Masukkan persamaan (13) ke dalam persamaan (14) maka kita perolehi persamaan (15).

$$\begin{aligned} &\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta + \\ &(p \cos \alpha + p \tan \lambda \sin \alpha) \cdot (p \cos \beta + p \tan \lambda \sin \beta) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Jika persamaan (15) disusun semula untuk menjadikan p sebagai sebutan, kita perolehi persamaan (16).

$$p = \pm \sqrt{\frac{-\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta}{(\cos \alpha + \tan \lambda \sin \alpha) \cdot (\cos \beta + \tan \lambda \sin \beta)}} \quad (16)$$

Akhirnya kita perolehi dua pasang anggaran gradien seperti persamaan (17).

$$G_1 = (p, q) \quad \text{dan} \quad G_2 = (-p, -q) \quad (17)$$

3.0 PENYELESAIAN SISTEM LINEAR

Bahagian ini membincangkan tentang kaedah yang digunakan untuk menyelesaikan masalah sistem linear lebih tentu. Penyelesaian masalah sistem linear ini mestilah didahului dengan mendapatkan persamaan bukan-linear bagi set lebih tentu tersebut. Menggunakan persamaan bukan-linear ini barulah penyelesaian diperolehi. Perbin-

Kaedah Jumlah Kuasa Dua Terkecil (TLS) ialah konsep yang mana ia adalah satu daripada teknik anggaran parameter linear yang dikaji semula untuk mengatasi ralat data. Ia mewakili teknik yang menggabungkan numerik dan statistik bagi menyelesaikan masalah yang timbul dalam banyak aplikasi [8]. Ia bermula dengan model yang dihuraikan oleh persamaan linear (21).

$$\alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_n x_n = \beta \quad (21)$$

dengan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ dan β mewakili pemboleh ubah serta $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$, memainkan peranan sebagai vektor parameter yang membezakan persamaan ini.

TLS ialah satu-satunya teknik penyesuaian yang mungkin untuk menganggarkan parameter bagi masalah multivariat linear. Ia memberikan anggaran terbaik (dari segi statistik) apabila semua pemboleh ubah tertakluk kepada syarat bahawa ralat yang bertabur adalah tak bersandar dan serupa dengan min sifar, dan matriks sepunya kovarian adalah sama dengan matriks identiti sehingga kepada faktor skala. [8]

TLS amat berguna dalam tiga situasi. Pertama, TLS berguna dalam model untuk ralat pengukuran dan dirujuk sebagai model ralat-dalam-pemboleh ubah. Kedua, TLS berguna sebagai perantara TLS dan suaian kuasa dua terkecil ortogonal. Ketiga, TLS secara khususnya berguna dalam situasi permodelan dengan pemboleh ubah α dan β sepatutnya dilayani sama rata.

Diberikan satu set persamaan linear lebih tentu seperti ditunjukkan dalam persamaan (19). Persamaan linear tersebut ditukar kepada persamaan bukan linear seperti ditunjukkan oleh persamaan (22) dengan α diwakili oleh persamaan (23) dan merupakan satu nilai positif, manakala η ialah gangguan terkecil (ralat) yang dibenarkan ke atas matriks A dan b . Ini menjadikan penyelesaian lebih bermakna kerana nilai ralat yang dibenarkan boleh ditetapkan terlebih dahulu.

$$G(\alpha) = b_1^T \left[(\Sigma^2 - \eta^2 I)(\Sigma^2 - \alpha I)^{-2} \right] b_1 - \frac{\eta^2}{\alpha^2} \|b_2\|_2^2 \quad (22)$$

$$\alpha = \eta \frac{\|(A\hat{x} - b)\|_2}{\|\hat{x}\|_2} \quad (23)$$

Pembuktian rumus di atas diberikan oleh Hussin [9]. Penyelesaian kepada persamaan bukan linear ini adalah untuk mencari nilai α menggunakan kaedah penyelesaian tak linear (3.5) dan dua kaedah yang dipilih ialah kaedah Pembahagi Dua Sama dan Sekan.

3.2 Penyelesaian Persamaan Tak-Linear

Penyelesaian persamaan bukan linear (23) melibatkan dua tahap iaitu menetapkan nilai awalan dan carian punca. Seksyen ini dibahagikan kepada dua kaedah mencari punca iaitu kaedah Pembahagi Dua Sama dan Sekan.

3.2.1 Kaedah Pembahagi Dua Sama

Titik pemula yang biasa untuk mencari punca ialah memilih dua nilai awalan bagi pembolehubah tak bersandar supaya nilai fungsi mempunyai tanda yang berbeza. Pertimbangkan satu nilai baru dalam selang $[\alpha_1, \alpha_2]$, wakilkan mereka sebagai α_m . Jika $G(\alpha_m)$ ialah sifar, maka kita perolehi punca. Bagi kes $G(\alpha_m)$ bukan sifar, ia mesti sama ada berkongsi tanda $G(\alpha_1)$ atau $G(\alpha_2)$. Dengan menggantikan nilai dengan nilai yang baru, maka kita kurangkan saiz selang tersebut. Proses ini diulangi dengan beberapa toleran khas, sehingga mencapai satu titik yang secara rambang hampir kepada punca. Kaedah ini diyakini menumpu, tetapi keperluan mencapai selang awalan ini kadangkala sukar dan agak perlahan untuk dipraktikkan.

3.2.2 Kaedah Sekan

Daripada kaedah Newton [10], kita perolehi

$$\Delta\alpha_i = \frac{f(\alpha_i)}{f'(\alpha_i)} \quad (24)$$

dengan

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + \Delta\alpha_i$$

dan kita gunakan ungkapan penghampiran bagi kamiran $f'(\alpha)$ iaitu

$$f'(\alpha) = \frac{f(\alpha + \Delta\alpha) - f(\alpha)}{\Delta\alpha} \quad (25)$$

Oleh itu,

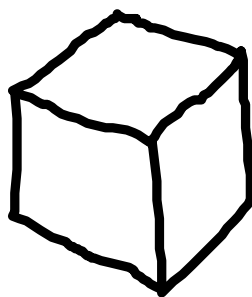
$$\Delta\alpha_i = -\frac{(\alpha_{i+1} - \alpha_i) f(\alpha_i)}{f(\alpha_{i+1}) - f(\alpha_i)} \quad (26)$$

Proses ini diulangi sehingga $\Delta\alpha$ kurang daripada toleran yang ditetapkan. Akhirnya nilai α_i diperolehi. Kaedah ini amat praktikal digunakan kerana terbitan bagi fungsi telah digantikan menerusi ungkapan penghampiran (26). Oleh yang demikian, penyelesaian yang tidak rumit boleh diperolehi. Maka, penyelesaian akhir bagi masalah ini adalah seperti ditunjukkan oleh persamaan (27).

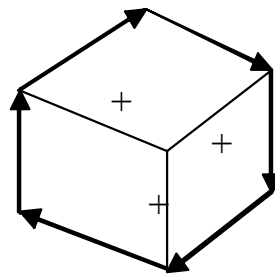
$$\hat{x} = (A^T A + \alpha I)^{-1} A^T b \quad (27)$$

4.0 KAJIAN KES

Selepas membincangkan tentang langkah yang terlibat untuk menterjemah lukisan garisan, bahagian ini memberikan satu contoh ringkas bagaimana kedalaman z bagi bucu diperolehi menggunakan dua artifak dan kaedah kuasa dua terkecil sebagai penyelesaian sistem linear yang dibentuk. Sebuah lukisan garisan dua dimensi yang mewakili sebuah kiub digunakan untuk tujuan penerangan.

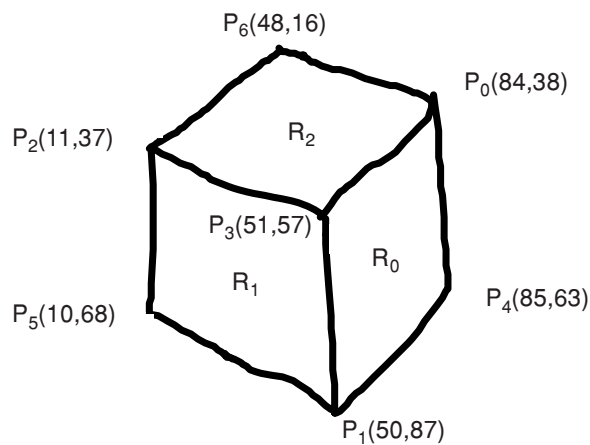


Rajah 7 Sebuah kiub



Rajah 8 Kiub berlabel

Pengekstrakan imej Rajah 7 akan menerbitkan maklumat tujuh titik, sembilan garisan dan tiga kawasan seperti ditunjukkan dalam Rajah 9 dan kiub berlabel dalam Rajah 8. Perbincangan mengenai bagaimana maklumat dua dimensi dan kiub berlabel dihasilkan boleh diperolehi dari [1] dan [6].



Rajah 9 Tatanda Kiub (tidak mengikut skil)

Rajah 4.3 menunjukkan tatatanda yang akan digunakan sepanjang perbincangan. Berdasarkan maklumat asas dua dimensi ini dan struktur data perwakilan sempadan yang dicipta, proses mendapatkan maklumat tiga dimensi menggunakan dua artifak yang telah diterangkan boleh dimulakan.

4.1 Artifak Struktur Ruang

Artifak pertama yang membentuk set persamaan linear ialah struktur ruang. Terdapat tiga kawasan yang dibentuk setiap satunya oleh empat titik. Oleh itu, set persamaan yang dibentuk oleh artifak ini ialah dua belas persamaan dan enambelas anu seperti diberikan oleh Jadual 1

Jadual 1 Set persamaan artifak struktur ruang

<i>Kawasan R_0</i>	<i>Kawasan R_2</i>
$84a_0 + 38b_0 + z_0 + c_0 = 0$	$11a_2 + 37b_2 + z_2 + c_2 = 0$
$85a_4 + 63b_4 + z_4 + c_4 = 0$	$48a_6 + 16b_6 + z_6 + c_6 = 0$
$50a_1 + 87b_1 + z_1 + c_1 = 0$	$84a_0 + 38b_0 + z_0 + c_0 = 0$
$51a_3 + 57b_3 + z_3 + c_3 = 0$	$51a_3 + 57b_3 + z_3 + c_3 = 0$
<i>Kawasan R_1</i>	
$50a_1 + 87b_1 + z_1 + c_1 = 0$	
$10a_5 + 68b_5 + z_5 + c_5 = 0$	
$11a_2 + 37b_2 + z_2 + c_2 = 0$	
$51a_3 + 57b_3 + z_3 + c_3 = 0$	

4.2 Artifak gradien permukaan

Artifak seterusnya ialah gradien permukaan. Bagi mencari set persamaan ini, simetri pencong dan suaian sudut tegak digunakan. Nilai gradien kawasan diwakili oleh pasangan (p, q) . Oleh itu, enam persamaan akan dibentuk bagi tiga kawasan. Bagi setiap kawasan, nilai suaian simetri dikira. Selepas itu, nilai suaian simetri ini dianalisis dan jika tidak memenuhi nilai ambang yang ditetapkan maka pengujian menggunakan nilai suaian sudut tegak pula akan digunakan bagi menentukan paksi pencong dan simetri yang akan digunakan untuk mencari nilai gradien kawasan. Seksyen ini dibahagikan kepada tiga bahagian iaitu bagaimana mendapatkan senarai pasangan sudut α , β dan nilai suaian simetri dan sudut tegak, memilih pasangan terbaik α dan β , dan mengira nilai gradien.

4.2.1 Mendapatkan set sudut α dan β

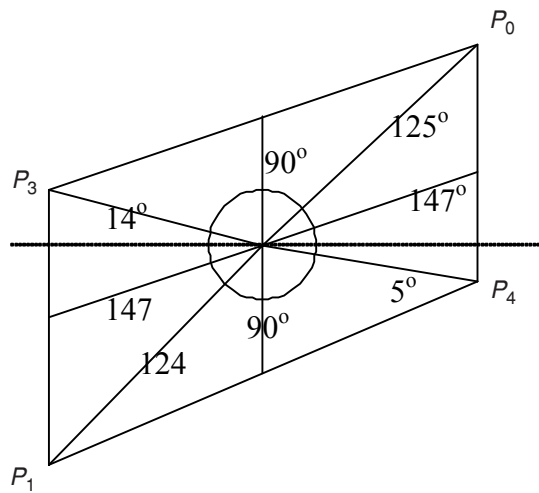
Lihat kawasan R_0 dalam Rajah 9 yang mempunyai empat titik yang membendung kawasan itu. Langkah pertama ialah mendapatkan koordinat pusat graviti iaitu koordinat $(67.5, 61.25)$. Selepas itu, paksi mendatar akan diambil dari pusat graviti ini. Bermula dengan titik P_0 , diikuti dengan titik tengah di antara P_0 dan P_4 , iaitu P_{04} , dan seterusnya $P_4, P_{41}, P_1, P_{13}, P_3$, dan akhirnya P_{30} , sudut yang dibentuk di antara paksi mendatar dengan paksi yang dibentuk dari pusat graviti kepada setiap titik ini

dikira. Bagi kawasan R_0 ini, terdapat lapan sudut seperti ditunjukkan dalam Rajah 10 dan dikenali sebagai sudut α .

Menggunakan sudut-sudut α yang bersekutu dengan titik-titik di atas sempadan kawasan, nilai inersia momen dikira bagi setiap titik ini menggunakan persamaan (1). Nilai sudut inersia momen yang dikira mewakili sudut β atau paksi menegak. Selepas itu, nilai suaian simetri pula dikira sepertimana diterangkan oleh Seksyen 2.2. Jadual 2 menunjukkan sudut α , β dan nilai suaian simetri yang dikira. Hanya enam sudut α yang dinilai kerana pertindihan nilai 90° dan 147° berlaku.

Jadual 2 Nilai suaian simetri, α dan β bagi kawasan R_0

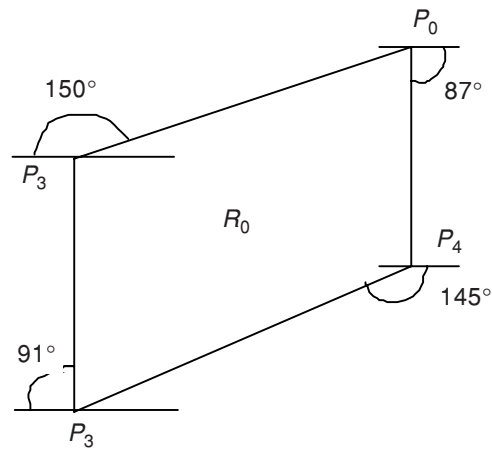
α	β	Nilai suaian simetri
5	122	0.0248
14	125	0.0221
90	147	0.0000
124	-172	0.0110
125	-169	0.0063
147	-91	0.0000



Rajah 10 Sudut α suaian simetri kawasan R_0

Kemudian, nilai suaian sudut tegak dikira bagi setiap titik kawasan. Bagi setiap titik, sudut yang dibuat dari paksi mendatar kepada garis yang dibentuk daripada titik itu dikira. Bagi kawasan R_0 (Rajah 7), empat titik terlibat iaitu P_0 , P_4 , P_1 dan P_3 dengan nilai sudut 87° , 145° , 91° dan 150° , dan dikenali sebagai sudut α . Nilai suaian

sudut tegak diambil tanpa pengiraan tetapi menggunakan sudut β yang diambil dari senarai sudut α kecuali dari sudut α semasa dan sudut yang terlalu hampir nilainya dengan sudut α semasa. Bagi kes kawasan R_0 , sudut β yang berkaitan dengan sudut 87° ialah 145° dan 150° . Nilai 91° tidak diambil kira kerana terlalu hampir dengan 87° . Jadual 3 menunjukkan nilai suaian sudut tegak yang dikira bagi pasangan α dan β . Tidak semua pasangan α dan β akan dikira nilai suaian kerana bagi julat α dan β yang kecil (nilai ditetapkan 10) maka tidak akan dilakukan pengiraan. Rajah 11 menunjukkan sudut α dan β yang berkaitan dengan Jadual 3.



Rajah 11 Sudut α suaian sudut tegak kawasan R_0

Jadual 4.3 Sudut suaian sudut tegak, α dan β

α	β	Nilai suaian sudut tegak
87	91	Julat kecil
	145	0.0067
	150	0.1333
91	87	Julat kecil
	145	0.1222
	150	0.0944
145	87	Telah dikira
	91	Telah dikira
	150	Julat kecil
150	87	Telah dikira
	91	Telah dikira
	145	Telah dikira

4.2.2 Memilih pasangan α dan β

Sekarang kita telah mempunyai dua set nilai suaian seperti ditunjukkan oleh Jadual 2 dan Jadual 3. Persoalan ialah bagaimana memilih pasangan α dan β yang terbaik mewakili paksi simetri dan pencong yang bersudut tepat apabila proses untuk mengembalikan kawasan kepada kedudukan tidak pencong dilakukan. Kita tetapkan dua nilai ambang yang mewakili nilai ambang simetri dan sudut tegak iaitu 0.0000 dan 0.2. Jika nilai suaian simetri kurang dari nilai ambang simetri, maka sudut α dan β ditemui. Namun begitu, jika tiada nilai suaian simetri ditemui, maka pengujian ke atas suaian sudut tegak diteruskan. Jika nilai suaian sudut tegak kurang dari ambang sudut tegak, maka pasangan α dan β dipilih. Jika masih tiada pasangan yang memenuhi kedua-dua kriteria ini maka pengujian lain dilakukan. Pengujian tersebut di luar perbincangan kita. Bagi kawasan R_0 , pasangan (α, β) yang terbaik ialah (87,145). Lajur kedua Jadual 4 menunjukkan pasangan (α, β) yang terbaik bagi ketiga-tiga kawasan.

Jadual 4 Nilai pasangan (α, β) dan (p, q) Rajah 3

Kawasan	(α, β)	$\pm (p, q)$
R_0	(87,145)	$\pm (1.3496, 0.6582)$
R_1	(25,91)	$\pm (0.9930, -0.6205)$
R_1	(26,150)	$\pm (0.0556, 1.5919)$

4.2.3 Mengira nilai gradien

Bagi Rajah 9, ketiga-tiga kawasan diuji untuk mendapatkan nilai gradien bagi setiap kawasan menggunakan persamaan (14) dan (16). Nilai gradien yang diperolehi ditunjukkan oleh lajur ketiga Jadual 4.

Pemilihan pasangan gradien dilakukan dengan melihat kepada pelabelan garisan. Nilai pasangan gradien yang mewakili permukaan Rajah 7 ditunjukkan oleh Jadual 5 selepas pelabelan garisan diambil kira. Perbincangan pelabelan garisan dan kaitan dengan pilihan nilai gradien boleh diperolehi dalam Kanade [3].

Jadual 5 Nilai gradien permukaan muktamad

<i>Kawasan</i> R_0	<i>Kawasan</i> R_2
$a_0 = 1.3496$	$a_2 = 0.0556$
$b_0 = 0.6582$	$b_2 = 1.5919$
<i>Kawasan</i> R_1	
$a_1 = 0.9930$	
$b_1 = 0.6205$	

4.3 Penyelesaian

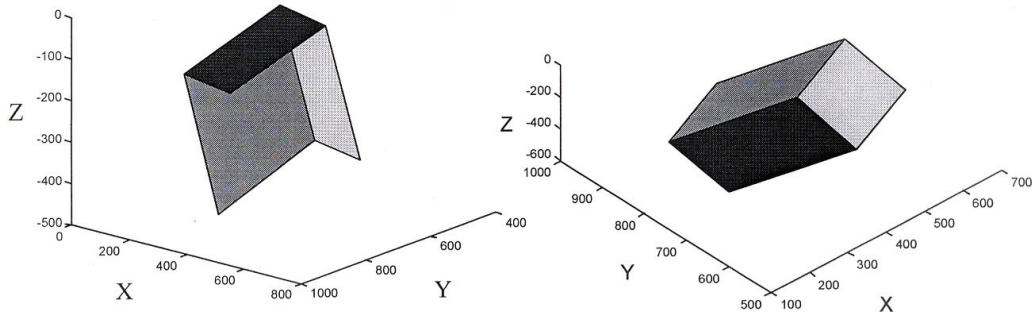
Setakat ini kita telah mempunyai 18 persamaan. Persamaan terakhir yang perlu ditambah ialah memberi nilai awalan kepada satu daripada z dengan sifar dan z_3 dipilih sebagai sifar. Jumlah persamaan sekarang ialah 19 dan 16 anu. Memandangkan bilangan persamaan bilangan anu, maka sistem linear lebih tentu ini boleh diselesaikan menggunakan kaedah TLS yang diterangkan oleh Seksyen 3.3. Diberikan nilai kordinat bagi setiap titik (x,y) , sistem linear dibentuk dan diselesaikan menggunakan persian MATLAB. Jadual 6 menunjukkan penyelesaian yang diperolehi menggunakan kaedah pembahagi dua dan sekan. Rajah 12 menunjukkan input aturcara MATLAB yang ditulis untuk menyelesaikan persamaan linear dan output aturcara yang terhasil dalam bentuk naratif dan grafik. Paparan dari dua arah pandangan berbeza kiub separa siap menunjukkan nilai kedalaman setiap simpang boleh menghasilkan sebuah kiub tiga dimensi.

Jadual 6 Keputusan Numerikal MATLAB

Anu	Kaedah Pembahagi Dua Sama	Kaedah Sekan
z_0	2.965414e + 001	2.965414e + 001
z_1	1.928438e + 001	1.928438e + 001
z_2	3.086934e + 001	3.086934e + 001
z_3	-2.182866e - 004	-2.182866e - 004
z_4	4.923633e + 001	4.923633e + 001
z_5	4.869417e + 001	4.869417e + 001
z_6	6.467021e + 001	6.467021e + 001
a_0	-1.344555e + 000	-1.344555e + 000
b_0	-6.662630e - 001	-6.662630e - 001
c_0	1.070188e + 002	1.070188e + 002
a_1	9.984515e - 001	9.984515e - 001
b_1	-6.123658e - 001	-6.123658e - 001
c_1	-1.704429e + 001	-1.704429e + 001
a_2	4.609109e - 002	4.609109e - 002
b_2	1.588595e + 000	1.588595e + 000
c_2	-9.230872e + 001	-9.230872e + 001

dengan
 z_i $i=1, \dots, 6$ mewakili kedalaman setiap titik
 a_i , b_i dan c_i $i=1, \dots, 3$ mewakili pekali setiap persamaan satah
 $ax + by + z + c = 0$ setiap permukaan

Sistem Linear																	
<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>z</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
0	1	2	3	4	5	6	0	0	0	1	1	1	2	2	2		
-----+-----																	
<i>Gradien permukaan</i>																	
0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	= -135
0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	= -66
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	= 99
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	= -62
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	= 6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	0	= 159
<i>Nilaiawal satu daripada z kepada 0</i>																	
0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	= 0
<i>Struktur ruang</i>																	
<i>Titik 0-4-1-3 R₀</i>																	
1	0	0	0	0	0	0	0	84	38	1	0	0	0	0	0	0	= 0
0	0	0	0	1	0	0	0	85	63	1	0	0	0	0	0	0	= 0
0	1	0	0	0	0	0	0	50	87	1	0	0	0	0	0	0	= 0
0	0	0	1	0	0	0	0	51	57	1	0	0	0	0	0	0	= 0
<i>Titik 1-5-2-3 R₁</i>																	
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	50	87	1	0	0	0	0	= 0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	10	68	1	0	0	0	0	= 0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	11	37	1	0	0	0	0	= 0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	51	57	1	0	0	0	0	= 0
<i>Titik 2-6-0-3 R₂</i>																	
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	37	1	0	= 0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	48	16	1	0	= 0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	38	38	1	0	= 0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51	57	1	0	= 0
Penyelesaian sistem linear									Aturcara paparan objek separa padu								
The root of the function																	
2.965414e + 001									%0-4-1-3 R ₀								
1.928438e + 001									x ₀ + [84 85 50 51 84];								
3.086934e + 001									y ₀ = [38 63 87 57 38];								
-2.182866e - 004									z ₀ = [29 49 19 0 29];								
4.923633e + 001									%1-5-2-3 R ₁								
4.869417e + 001									x ₁ + [50 10 11 51 50];								
6.467021e + 001									y ₁ = [87 68 37 57 87];								
-1.344555e + 000									z ₁ = [19 48 30 0 19];								
-6.662630e - 001									%2-6-0-3 R ₂								
1.070188e + 002									x ₂ + [11 48 84 51 11];								
9.984515e - 001									y ₂ = [37 16 38 57 37];								
-6.123658e - 001									z ₂ = [30 64 29 0 30];								
-1.704429e + 001									fill3(x ₀ , y ₀ , z ₀ , 'r:', x ₁ , y ₁ , z ₁ , 'g:', x ₂ , y ₂ , z ₂ , 'b_')'								
4.609109e - 002																	
1.588595e + 000																	
-9.230872e + 001																	



Rajah 12 Input dan Output aturcara MATLAB. Perhatikan dua output tiga dimensi model separa padu yang dilihat dari dua titik berlainan. Input sistem linear juga telah ditambah dari fail asal dengan komen bagi memudahkan pemahaman

5.0 KESIMPULAN

Kita melihat bahawa terdapat kelemahan sistem ini iaitu jika suaian simetri pencong dan suaian sudut tegak tidak berjaya menghasilkan pasangan sudut simetri dan pencong yang sesuai maka sistem akan membuat kesimpulan bahawa tiada simetri wujud dalam kawasan itu. Terdapat teknik lain yang memungkinkan carian nilai sudut ini dilakukan bagi kes-kes selain dari sudut tegak dan simetri iaitu sisihan piawai sudut yang digunakan oleh Marill [11] dan sudut tegak terjajar oleh Grimstead [1].

Di samping itu, selepas nilai gradien dikira, masalah timbul untuk memilih pasangan gradien yang sesuai kerana sistem pelabelan garisan mesti dilakukan. Satu teknik mestilah dicari untuk membolehkan kaedah pemilihan gradien ini dilakukan dengan lebih mudah dan di percayai tanpa melibatkankan pelabelan garisan.

Namun begitu, kaedah yang dicadangkan ini telah meminimumkan bilangan artifak yang diperlukan kepada 2 sahaja berbanding dengan 4 artifak oleh Grimstead [1] dan 12 oleh Lipson [12]. Sekalipun Marill [11] dan Leclerc [13] masing-masing menggunakan hanya satu dan dua, namun kaedah penyelesaian yang digunakan tidak melibatkankan sistem linear.

RUJUKAN

- [1] Grimstead, I.J. dan R. R. Martin. Creating solid models form single 2D sketches. *Proceeding Third Symposium on Solid Modeling, Applications*. ACM.
- [2] Marti, E. 1993. A hand line drawing interpretation method. *Signal Processing*. 32: 91-110.
- [3] Kanade, T. 1981. Recovery of Three Dimensional Shape of an Object from a Single View. *Artificial Intelligence*. 17: 409-460.
- [4] Lipson, H. and M. Shpitalni. 1996. Optimization-based reconstruction of a 3D object from a single freehand line drawing. *Computer Aided Design*. 28(8): 651-663.
- [5] Friedberg S. A. 1986. Finding Axes of Skewed Symmetry. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*. 134: 138-155.

- [6] Huffman, D. A. 1971. *Impossible objects as Nonsense Sentences*. Machine Intelligence, New York: American Elsevier. 6: 295-323.
- [7] Mackworth, A. K. 1973. Interpreting pictures of polyhedra scenes. *Artificial Intelligence*. 4: 121-137.
- [8] Huffer, S V dan J. Vandewalle. 1991. *The Total Least Squares Problem: Computational Aspect and Analysis*. Society of Industrial and Applied Mathematics SIAM, Philadelphia.
- [9] Hussin, B. 1998. *The Solution of least squares problems with bounded uncertainties*. MSc report University of Dundee.
- [10] Mathews, J. 1987. *Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering*. California State university Fullerton, Second Edition, Prentice Hall International, Englewood Clif.
- [11] Marill, T. 1991. Emulating the human interpretation of line-drawings as three-dimensional objects. *International Journal of Computer Vision*. 6(2): 147-161.
- [12] Lipson, H. dan M. Shpitalni. 1992. Optimization-based reconstruction of a 3D object. *International Journal of Computer Vision*. 9(2): 113-136.
- [13] Leclerc, Y. G. dan M. A. Fischler. 1992. An optimization-based approach to the interpretation of single line drawings as 3D wire frames. *International Journal of Computer Vision*. 9(2): 113-136.